

FONDAMENTI DI TELECOMUNICAZIONI  
A.A. 2009/2010  
ESERCITAZIONE DEL 13 MAGGIO 2010

## MODULAZIONE

Si tratta di modulare una portante sinusoidale mediante un segnale (analogico o digitale) in banda base; la notazione fondamentale è:

$$s(t) = \operatorname{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \}, \quad g(t) = x(t) + jy(t) = R(t)e^{j\theta(t)}$$

in cui  $\omega_c = 2\pi f_c$ , con  $f_c$  frequenza portante e  $g(t)$  inviluppo complesso.

Il tipo di segnale modulato desiderato  $s(t)$  è ottenuto in base alla particolare funzione  $g[m(t)]$ , con  $m(t)$  segnale modulante in banda base.

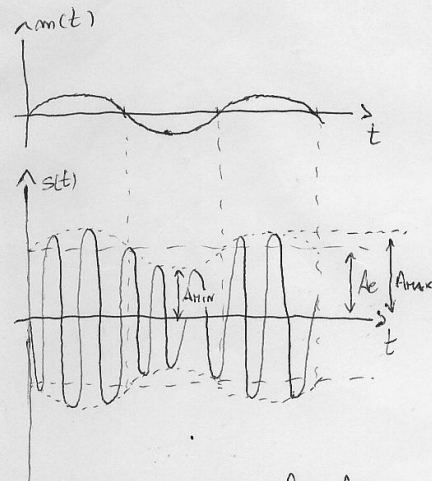
Lo spettro d'ampiezza del segnale modulato è:

$$S(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)], \quad G(f) = \mathcal{F}[g(t)]$$

mentre la PSD è:

$$\operatorname{PSD}_s(f) = \frac{1}{4} [\operatorname{PSD}_g(f - f_c) + \operatorname{PSD}_g(-f - f_c)].$$

## MODULAZIONE D'AMPIEZZA



$$g(t) = A_c [1 + m(t)]$$

$$s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t,$$

in cui  $A_c$  determina il livello di potenza.

Se  $m(t)$  ha picchi  $\pm 1$  il segnale risulta modulato al 100%, altrimenti:

$$\% \text{ mod. positiva AM} = \frac{A_{\max} - A_c}{A_c} \times 100 = \max[m(t)] \times 100$$

$$\% \text{ mod. negativa AM} = \frac{A_c - A_{\min}}{A_c} \times 100 = -\min[m(t)] \times 100$$

La potenza media normalizzata del segnale AM è:

$$\langle s^2(t) \rangle = \underbrace{\frac{1}{2} A_c^2}_{\text{POTENZA DELLA PORTANTE}} + A_c^2 \underbrace{\langle m(t) \rangle}_{\text{POTENZA DELLE BANDE LATERALI}} + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle$$

L'efficienza di modulazione è:

$$E = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{1 + \langle m^2(t) \rangle} \times 100$$

La potenza di picco è:

$$P_{\text{PEP}} = \frac{A_c^2}{2} \{1 + \max[m(t)]\}^2$$

Lo spettro del segnale AM è:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [S(f-f_c) + M(f-f_c) + S(f+f_c) + M(f+f_c)],$$

che si vede essere una versione traslata dello spettro del segnale modulante, cui si somma una funzione  $\delta$  relativa alla componente spettrale della portante, quindi la banda del segnale modulato è doppia rispetto a quella del segnale modulante in b.b.

### MODULAZIONE DSB-SC

Si parla di segnale a doppia banda laterale, con portante soppressa, quando al segnale AM viene tolta la portante, cioè:

$$s(t) = A_c \underbrace{m(t)}_{g(t)} \cos \omega_c t$$

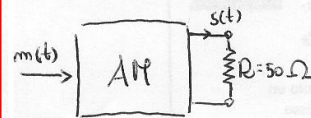
con:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f-f_c) + M(f+f_c)]$$

Per i segnali DSB-SC si ha  $\langle m(t) \rangle = 0$  e lo spettro è identico a quello dell'AM, eccetto le componenti  $\delta$  in  $\pm f_c$

ESEMPI 210)

Un trasmettitore AM è collegato con un segnale sinusoidale e un carico di  $50 \Omega$ ; la portante è della <sup>frequenza</sup> di  $850 \text{ kHz}$  e la potenza di trasmissione è  $5000 \text{ W}$ ; il segnale sinusoidale è della frequenza di  $1000 \text{ Hz}$  e richiede una modulazione di  $90\%$ .



a) calcolare e scrivere l'espressione della tensione ai capi del carico:

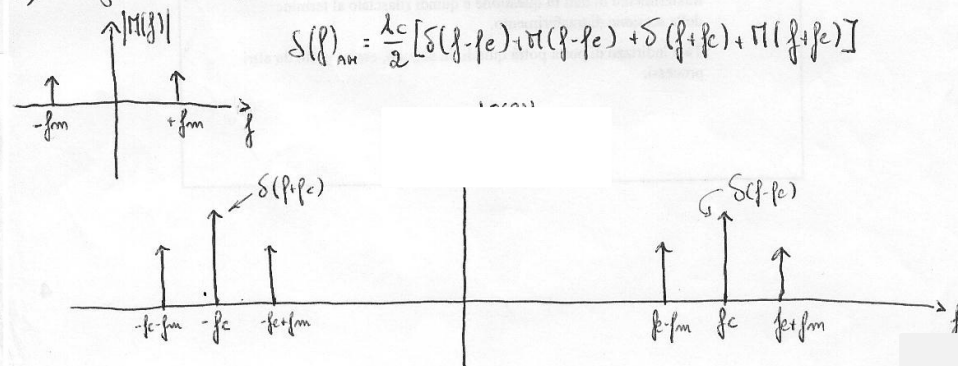
per la modulazione AM si ha:  $s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$ ; poiché:  
 $f_c = 850 \text{ kHz} \Rightarrow \omega_c = 2\pi \cdot 850 \cdot 1000 \text{ rad/s}$ ; il valore di  $A_c$  si può calcolare considerando l'espressione della potenza (non normalizzata poiché il carico è diverso da  $1 \Omega$ ) in assenza di modulazione, cioè quella dissipata sul carico per la sola portante, cioè  $P_p = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R}$ , quindi:  $5000 = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{50} \Rightarrow \boxed{A_c = 707,107 \text{ V}}$

Poiché conosciamo la forma di  $m(t)$ , ovvero  $m(t) = A \sin 2\pi \cdot f_m t$  con  $f_m = 1000 \text{ Hz}$  e  $A = 0.9$  (dato che la modulazione è di  $90\%$ ), avremo:

$$\boxed{s(t) = 707,107 \cdot [1 + 0.9 \sin 2\pi \cdot 1000 t] \cos 2\pi \cdot 850 \cdot 1000 t}$$

Senza modulazione la tensione di picco coincide con  $A_c$ , mentre con la modulazione si ha  $s_{\max}(t) = A_c [1 + 0.9] \approx 1343,5 \text{ V}$ .

b) disegnare lo spettro di  $s(t)$ : dalla teoria si ha:





CASA B  
c) potenza media dissipata sul carico di prova:

$$P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} + \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \cdot \langle m^2(t) \rangle$$

per cui:  $P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \left[ 1 + 0.9^2 \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{50000}{50} \cdot 1.405 =$

$= 7025 \text{ W}$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{il termine } A_c^2 \langle m(t) \rangle \\ \text{si trascura dato che} \\ \langle m(t) \rangle = 0 \text{ e } m(t) \text{ non} \\ \text{scade} \end{array} \right]$$

d) la potenza di picco:  $P_{\text{PEP}} = \frac{A_c^2}{2R} \{1 + \max[m(t)]\}^2 = \frac{50000}{2 \cdot 50} \{1 + 0.9\}^2 = 18050 \text{ W}$

ESERCIZIO)

Consideriamo un segnale  $s(t)$  di tipo DSB-SC di ampiezza  $40 \text{ V}$ ; nel caso in cui la modulante abbia una forma di tipo sinusoidale con  $\omega_0 = 7536 \text{ rad/sec}$  e  $A_0 = 1 \text{ V}$ ,  $f_c = 4 \text{ MHz}$ , calcolare:

a) lo spettro esatto di  $s(t)$ : per la modulazione DSB-SC si ha  $s(t) = g(t) \cos \omega_c t$  e  $g(t) = A_c m(t)$ , con  $S(f) = \frac{1}{2} A_c [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$ ; dai dati in ingresso si ha:

$m(t) = A_0 \sin \omega_0 t = 1 \cdot \sin 7536 t \xrightarrow{\mathcal{F}} M(f) = \mathcal{F} \frac{A_0}{2} [\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)]$ , per cui:

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c \cdot \mathcal{F} \frac{1}{2} A_0 [\delta(f - f_c + f_0) - \delta(f - f_c - f_0) + \delta(f + f_c + f_0) - \delta(f + f_c - f_0)]$$

con  $A_c = 40$ ,  $A_0 = 1$ ,  $f_c = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$  ed  $f_0 = 7536 / 2\pi = 1200 \text{ Hz} = 1.2 \times 10^3 \text{ Hz}$ .

b) calcolare la PSD di  $s(t)$ ; per qualunque tipo di modulazione si ha:

$$P_s(f) = \frac{1}{4} [P_g(f - f_c) + P_g(-f - f_c)]$$

quindi il problema si riconduce al calcolo di PSD per  $g(t)$ , cioè per  $g(t) = A_c m(t)$  nel caso di DSB-SC; dai dati in ingresso si ha:  $m(t) =$

$= A_0 \sin \omega_0 t = \sin \omega_0 t$ , per cui  $g(t) = A_c \sin \omega_0 t$ ; dalla teoria sulla PSD si

sà che la PSD di una forma sinusoidale non è altro che:  $\frac{A_c^2}{4} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$

cioè  $P_g(f)$ , per cui:

