



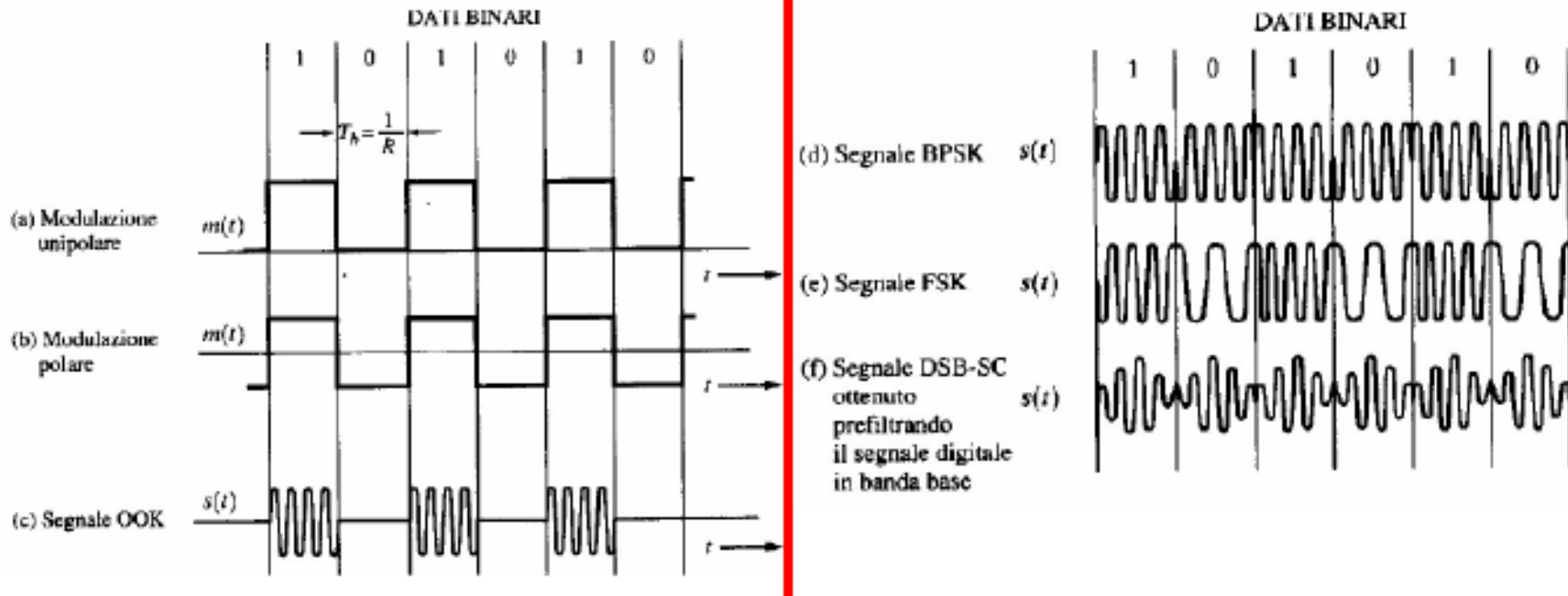
Corso di Sistemi Telematici A.A. 2014-2015

Lezione 9: SEGNALI IN BANDA PASSANTE E MODULAZIONI III



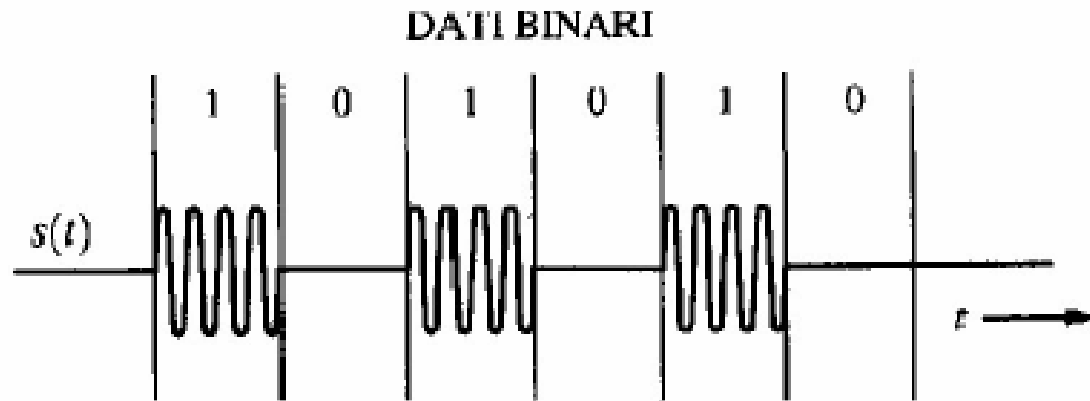
Modulazioni digitali binarie

- Il segnale $m(t)$ sia un segnale digitale in banda base, rappresentato con un codice di linea
- Possiamo utilizzare una delle modulazioni descritte per segnali analogici (AM, PM, FM)





Modulazione OOK o ASK



❑ Modulazione OOK (on-off keying), o ASK (amplitude shift keying):

- è una modulazione on-off dell'ampiezza di una portante sinusoidale
- è di fatto una modulazione DSB-SC con segnale modulante binario unipolare
- è universalmente impiegata nei sistemi di trasmissione su fibra ottica

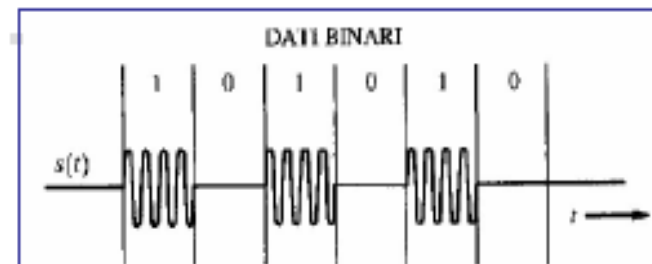


Modulazione OOK o ASK

■ Segnale OOK:

$$s(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$$

dove $m(t)$ è il segnale digitale in banda base



Involuppo complesso:

$$g(t) = A_c m(t)$$

DSP dell'involuppo complesso:

$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \left[\frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) + \frac{A^2}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \frac{A^2}{4} [T_b \text{sinc}^2(f T_b) + \delta(f)]$$

$$\mathcal{P}_g(f) = \frac{A_c^2}{2} [\delta(f) + T_b \text{sinc}^2(f T_b)]$$

$A = \sqrt{2}$ condizione di normalizzazione di un segnale NRZ unipolare

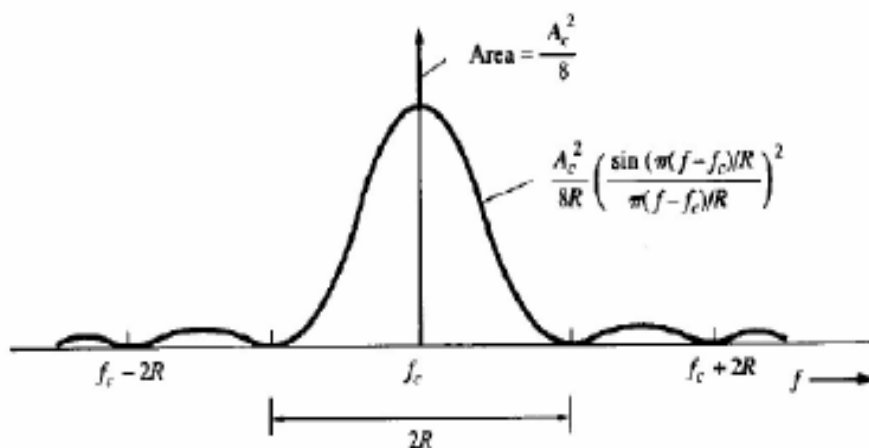


Modulazione OOK o ASK

- DSP per il segnale $s(t)$:

$$\begin{cases} \mathcal{P}_g(f) = \frac{A_c^2}{2} [\delta(f) + T_b \operatorname{sinc}^2(f T_b)] \\ \mathcal{P}_v(f) = \frac{1}{4} [\mathcal{P}_g(f - f_c) + \mathcal{P}_g(-f - f_c)] \end{cases}$$

$$\mathcal{P}_s(f) = \frac{A_c^2}{8} [\delta(f - f_c) + T_b \operatorname{sinc}^2((f - f_c) T_b)] + \frac{A_c^2}{8} [\delta(f + f_c) + T_b \operatorname{sinc}^2((f + f_c) T_b)]$$



$$R = \frac{1}{T_b} \text{ Velocità di segnalazione}$$

Banda di trasmissione

$$B_T = 2B \text{ — banda di } m(t)$$

$$B = B_{\text{unipolareNRZ}} = R$$

Banda nullo-nullo

Banda assoluta

$$B_T = 2R$$

$$B_T = \infty$$

NOTA: come per l'AM



Modulazione OOK o ASK

- ❑ **Come contenere la banda di trasmissione:**
 - uso di un filtro a coseno rialzato
 - in questo caso la **banda assoluta del segnale binario in banda base**, B , dipende dalla velocità di segnalazione, $R=R_b$

$$D = \frac{2B}{1+r} \Rightarrow$$

$$B = \frac{1}{2}(1+r)R$$

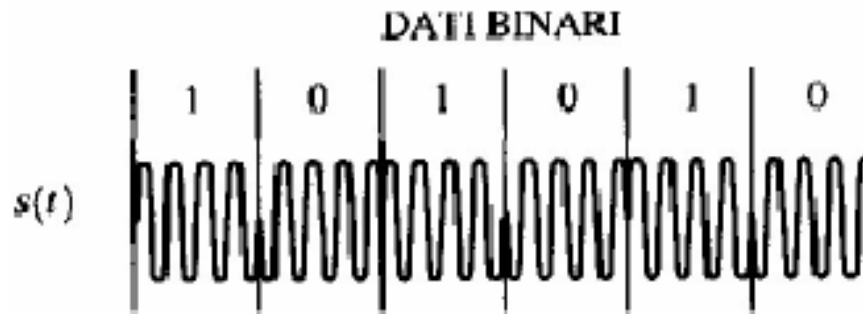
r : fattore di roll-off del filtro

- ❑ **Banda assoluta del segnale OOK con sagomatura a coseno rialzato:**

$$B_T = (1+r)R$$



Modulazione BPSK



□ Modulazione BPSK (binary **phase shift keying**)

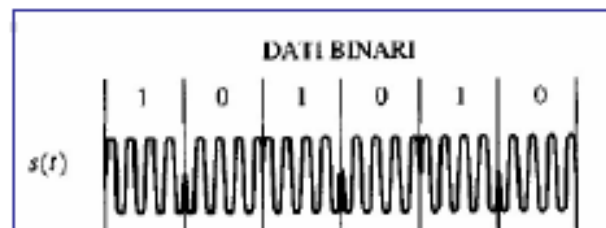
- consiste nell'introdurre uno sfasamento di 0° o di 180° nella fase della portante in base al valore di un segnale modulante binario unipolare di fatto è una **modulazione PM** digitale
- DIMOSTREREMO che è anche equivalente a una DSB-SC con segnale binario bipolare, dato che sfasare la portante di 180° significa semplicemente cambiarne il segno durante tutto un intervallo di segnalazione



Modulazione BPSK

■ Segnale BPSK:

$$s(t) = A_c \cos [\omega_c t + D_p m(t)]$$



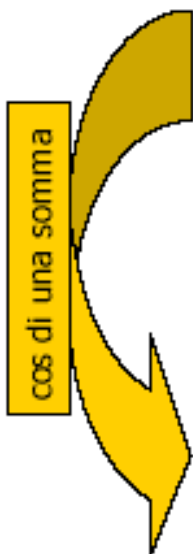
dove $m(t)$ è il segnale digitale in banda base

- Consideriamo il caso particolare che $m(t)$ abbia impulsi rettangolari e assuma valori **+1** e **-1** (**segnale polare**)
- Dimostriamo che la modulazione BPSK polare è un caso particolare di modulazione di ampiezza (AM):

$$s(t) = A_c \cos[D_p m(t)] \cos \omega_c t - A_c \sin[D_p m(t)] \sin \omega_c t$$

$m(t) \in \{-1, +1\}$
 $\cos(x)$ funzione pari
 $\sin(x)$ funzione dispari

$$s(t) = \underbrace{A_c \cos D_p}_{\text{portante}} \cos \omega_c t - \underbrace{A_c \sin D_p m(t)}_{\text{termine di informazione}} \sin \omega_c t$$



cos di una somma



Indice di modulazione

$$s(t) = \underbrace{A_c \cos D_p}_{\text{portante}} \cos \omega_c t - \underbrace{A_c \sin D_p m(t)}_{\text{termine di informazione}} \sin \omega_c t$$

- **Indice di modulazione, usato per le modulazioni digitali d'angolo:**

$$h = \frac{2 \cdot \Delta\theta}{\pi}$$

→ deviazione picco-picco

$$2 \cdot \Delta\theta$$

deviazione picco-picco in radianti, che si ha nell'intervallo di trasmissione di un simbolo, T_s

- **Il livello della portante dipende dal valore della deviazione di picco $\Delta\theta = D_p V_p = D_p$**

$$m(t) = \pm 1$$

- **Se tale valore è piccolo**
 - il termine relativo alla portante ha ampiezza elevata
 - la potenza relativa alla componente informativa è bassa



Indice di modulazione

$$h = \frac{2 \cdot \Delta\theta}{\pi}$$

$$s(t) = \underbrace{A_c \cos D_p \cos \omega_c t}_{\text{portante}} - \underbrace{A_c \sin D_p m(t) \sin \omega_c t}_{\text{termine di informazione}}$$

- Per ottenere elevata efficienza, è necessario massimizzare la potenza del termine relativo all'informazione

Scegliamo: $\Delta\theta = D_p = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \Rightarrow h = 1$



Forma usuale per esprimere un segnale BPSK

$$s(t) = -A_c m(t) \sin \omega_c t$$

NOTA: con tale scelta di D_p , la modulazione BPSK è equivalente ad una modulazione di ampiezza DSB-SC con segnale modulante bipolare



Modulazione BPSK

$$s(t) = -A_c m(t) \sin \omega_c t$$

- **Involuppo complesso del segnale BPSK:**

$$g(t) = jA_c m(t)$$

- **DSP del segnale BPSK:**

$$\mathcal{P}_{\text{polareNRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b)$$

$$m(t) \in \{-1, +1\}$$

$$P = \frac{A_c^2}{2}$$

$$\mathcal{P}_g(f) = A_c^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b)$$

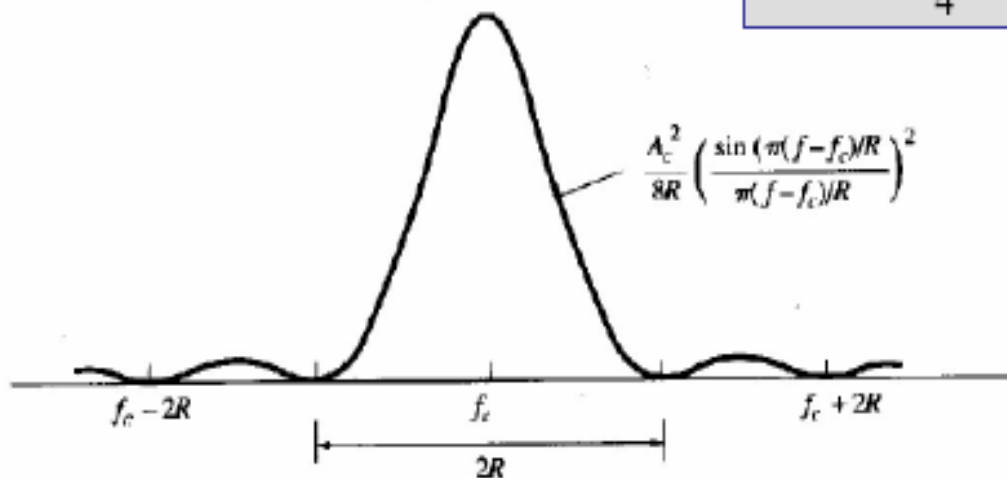
$$\mathcal{P}_v(f) = \frac{1}{4} [\mathcal{P}_g(f - f_c) + \mathcal{P}_g(-f - f_c)]$$

$$\mathcal{P}_v(f) = \frac{A_c^2 T_b}{4} [\text{sinc}^2((f - f_c) T_b) + \text{sinc}^2((f + f_c) T_b)]$$



Modulazione BPSK

$$\mathcal{P}_v(f) = \frac{A_c^2 T_b}{4} [\text{sinc}^2((f - f_c)T_b) + \text{sinc}^2((f + f_c)T_b)]$$



$$R = \frac{1}{T_b} \quad \text{Velocità di segnalazione}$$

$$B = B_{\text{polareNRZ}} = R$$

Banda al primo nullo

$$B_T = 2R$$

Banda assoluta

$$B_T = \infty$$

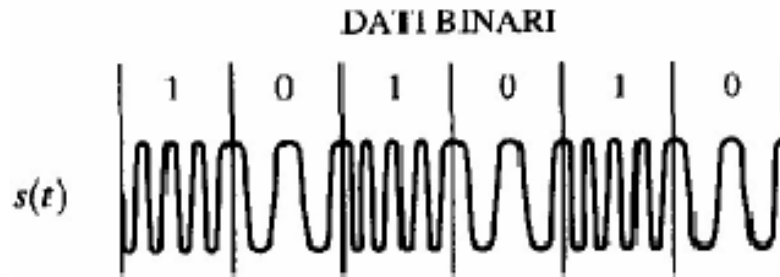
Banda di trasmissione

$$B_T = 2B \quad \text{banda di } m(t)$$

NOTA: come per il segnale OOK



Modulazione FSK



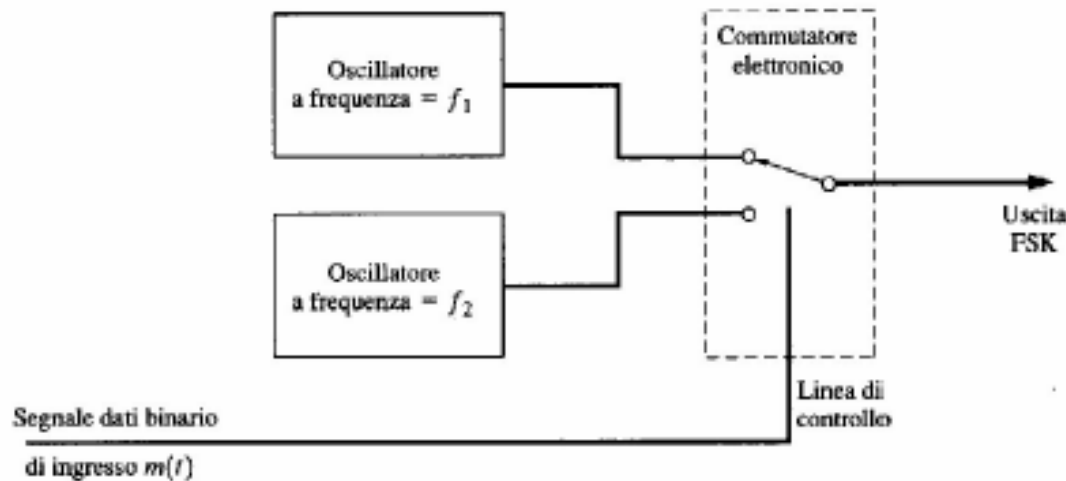
□ Modulazione FSK (frequency shift keying)

- consiste nel modificare la frequenza della portante sulla base del segnale dati binario, utilizzando due diversi valori in corrispondenza dei simboli 0 e 1
- è del tutto equivalente ad una modulazione FM



Modulazione FSK a fase discontinua

- Si ottiene commutando l'uscita del trasmettitore tra due oscillatori con frequenze diverse



- Il segnale modulato presenta delle discontinuità di fase agli istanti di commutazione
- È una modulazione obsoleta



Modulazione FSK a fase discontinua

- ❑ Si ottiene commutando l'uscita del trasmettitore tra due oscillatori con frequenze diverse
- ❑ Il segnale modulato è:

$$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)] = \begin{cases} A_c \cos[\omega_1 t + \theta_1] & \leftarrow \text{per } t \text{ nell'intervallo di tempo in cui} \\ & \text{è trasmesso il simbolo binario 1} \\ A_c \cos[\omega_2 t + \theta_2] & \leftarrow \text{per } t \text{ nell'intervallo di tempo in cui} \\ & \text{è trasmesso il simbolo binario 0} \end{cases}$$

f_1 : frequenza di mark (simbolo binario 1)

f_2 : frequenza di space (simbolo binario 0) θ_1 e θ_2 : fasi iniziali dei due oscillatori

Fase istantanea (discontinua):

$$\theta(t) = \begin{cases} \omega_1 t + \theta_1 - \omega_c t & \leftarrow \text{per } t \text{ nell'intervallo di tempo in cui} \\ & \text{è trasmesso il simbolo binario 1} \\ \omega_2 t + \theta_2 - \omega_c t & \leftarrow \text{per } t \text{ nell'intervallo di tempo in cui} \\ & \text{è trasmesso il simbolo binario 0} \end{cases}$$



Modulazione FSK a fase continua

- **CP-FSK (Continuous Phase FSK)**
- **Si ottiene inviando il segnale dati all'ingresso di un modulatore di frequenza**
- **Il segnale modulato è:**

$$s(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + \underbrace{D_f \int_{-\infty}^t m(\lambda) d\lambda}_{\theta(t)} \right]$$

oppure:

$$s(t) = \operatorname{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \}$$

dove:

$$g(t) = A_c e^{j\theta(t)}$$

inviluppo complesso

$$\theta(t) = D_f \int_{-\infty}^t m(\lambda) d\lambda$$

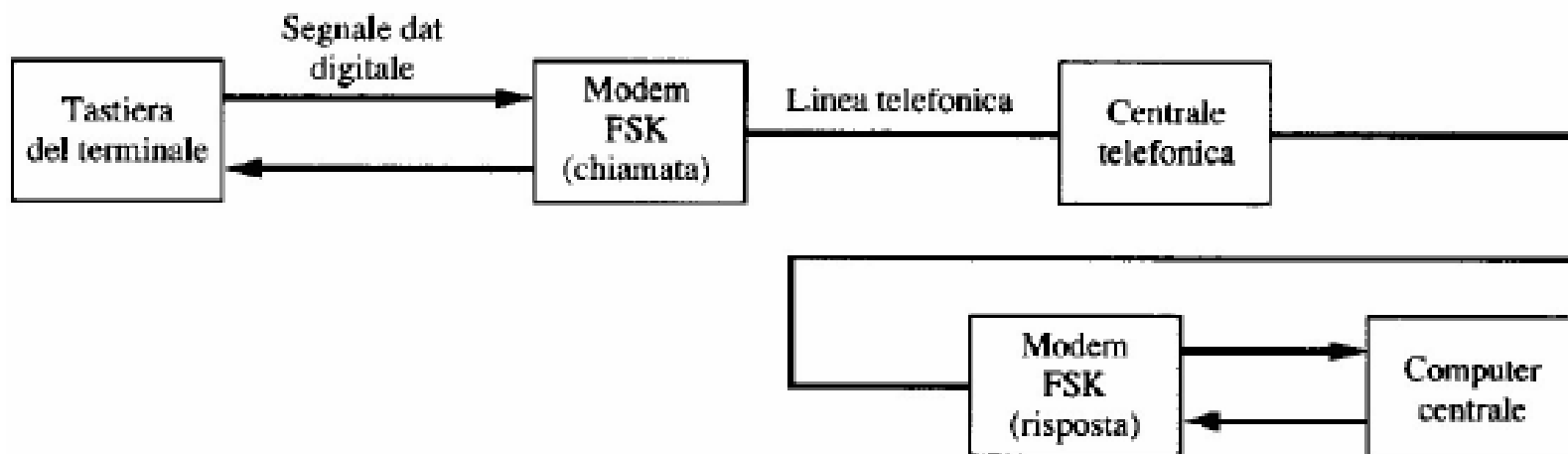
fase istantanea

- **In questo caso, anche se $m(t)$ è discontinuo agli istanti di commutazione, la fase istantanea è continua, dato che è proporzionale all'integrale di $m(t)$**

Collegamento modem-modem

I personal computer (PC) sono perlopiù collegati alla rete Internet via modem su linea telefonica. Quest'ultima può essere schematizzata come un canale passa-banda nell'intervallo 300-3300 Hz.

I segnali dati in banda base (come quello bipolare) non sono adatti per la trasmissione su questa banda; ecco perché nei modem si effettua di solito una modulazione per produrre un segnale passa-banda che si adatti al particolare canale utilizzato. La connessione dal PC al server di rete si realizza collegando due modem (ognuno formato da un modulatore e da un demodulatore) alle due estremità della linea (Fig. 5-24).





Collegamento modem-modem

I modem ITU V.34 a 28.8 kbit/s e V.34bis a 33.6 kbit/s fanno uso della modulazione QAM, mentre i modem V.90 a 56 kbit/s utilizzano tecniche PCM (Par. 3-3). Ma è la tecnica FSK quella a essere stata utilizzata per prima, e continua a esserlo nella segnalazione telefonica relativa all' identificatore di chiamata e anche in molte applicazioni *wireless*.

Il modem ITU V.21 (1981) a 300 bit/s usava la modulazione FSK

Ogni modem contiene una sezione di trasmissione e una di ricezione in modo che il computer può "trasmettere" e "ricevere" contemporaneamente. Per il modem ITU V.21 si hanno due bande (una attorno a 1 kHz e l'altra attorno a 2 kHz) per le funzioni simultanee di trasmissione e di ricezione. Questo approccio è chiamato *full-duplex*, mentre nella modalità *half-duplex* si può solo alternativamente o trasmettere o ricevere, e in *simplex* si può solo trasmettere o solo ricevere unidirezionalmente.



Collegamento modem-modem

Le cosiddette frequenze *mark* e *space* per le due bande sono indicate in Tabella 5-3, dove si può verificare che la deviazione picco-picco è $2\Delta F = 200$ Hz.

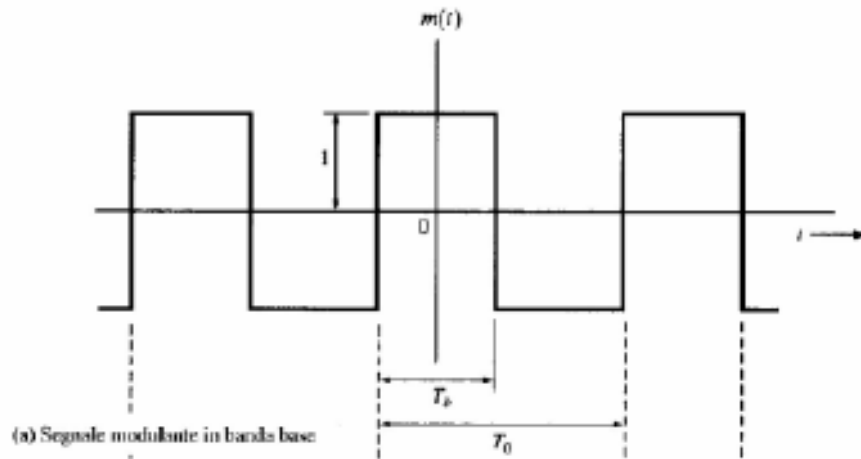
	Modem che origina la chiamata (Hz)	Modem chiamato (Hz)
Frequenze di trasmissione:		
Mark = simbolo binario 1	$f_1 = 1270$	$f_1 = 2225$
Space = simbolo binario 0	$f_2 = 1070$	$f_2 = 2025$
Frequenze di ricezione:		
Mark = simbolo binario 1	$f_1 = 2225$	$f_1 = 1270$
Space = simbolo binario 0	$f_2 = 2025$	$f_2 = 1070$



Calcolo dello spettro del segnale trasmesso dal modem V.21

□ Consideriamo il caso peggiore di banda occupata massima:

- si può dimostrare che questa condizione si ha quando il segnale modulante consiste in un'onda quadra corrispondente a una sequenza di simboli alternati 10101010...



T_b : tempo necessario per trasmettere un bit

T_0 : periodo del segnale modulante

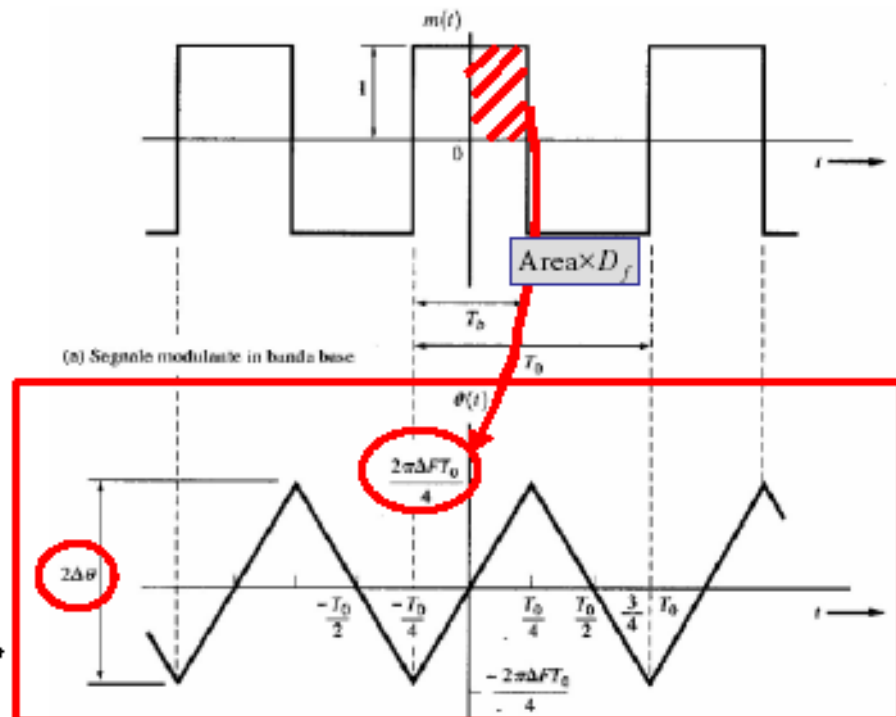
Calcolo dello spettro del segnale trasmesso dal modem V.21

- Essendo il segnale modulante una funzione periodica
 - Lo spettro è discreto e contiene funzioni delta di Dirac

- Nell'ipotesi che $m(t)$ abbia valori $+1$ e -1
- Deviazione di frequenza di picco:

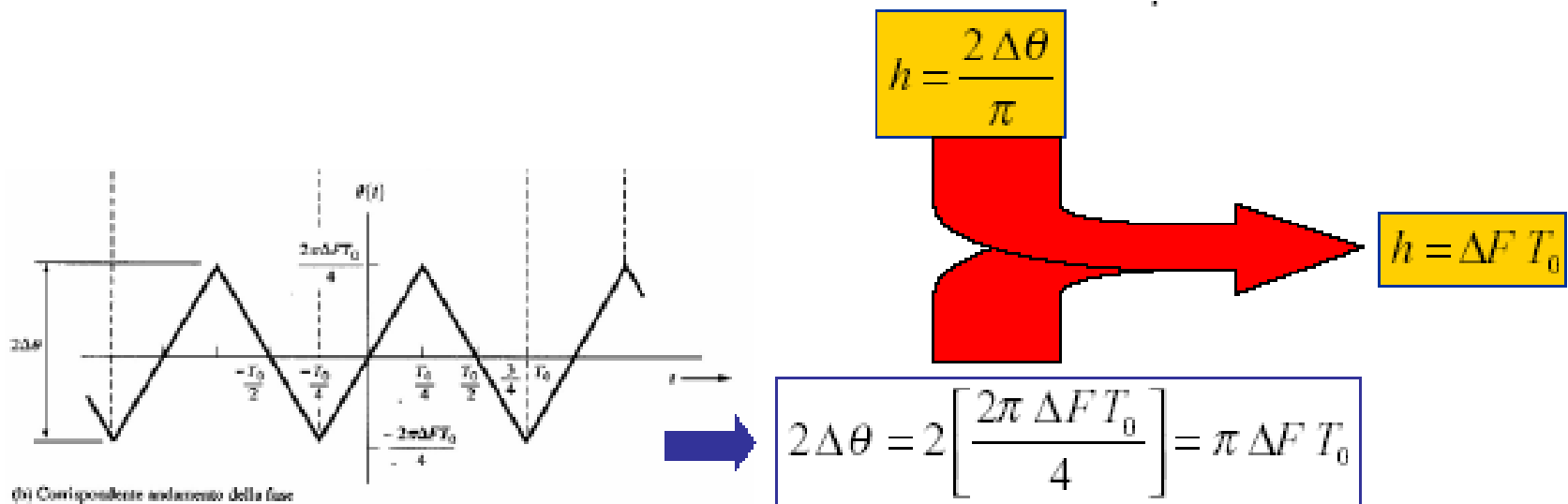
$$\Delta F = \max \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d}{dt} \theta(t) \right] \right\}$$
$$\theta(t) = D_f \int_{-\infty}^t m(\lambda) d\lambda$$

$$\Delta F = \frac{D_f}{2\pi} \Rightarrow D_f = 2\pi \cdot \Delta F$$

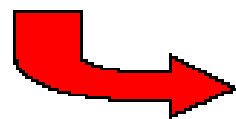


Calcolo dello spettro del segnale trasmesso dal modem V.21

- **Definizione:** **Indice di modulazione** per le modulazioni digitali



- **Velocità di informazione:** $R = \frac{1}{T_b} = \frac{2}{T_0}$



$$h = \Delta F \frac{2}{R}$$

Indice di modulazione

Calcolo dello spettro del segnale trasmesso dal modem V.21

La serie di Fourier in forma complessa dell'involuppo complesso del segnale modulato è

$$g(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (5-83)$$

dove $f_0 = 1/T_0 = R/2$,

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{A_c}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} e^{j\theta(t)} e^{-jn\omega_0 t} dt \\ &= \frac{A_c}{T_0} \left[\int_{-T_0/4}^{T_0/4} e^{j\Delta\omega t - jn\omega_0 t} dt + \int_{T_0/4}^{3T_0/4} e^{-j\Delta\omega(t - (T_0/2))} e^{-jn\omega_0 t} dt \right] \end{aligned} \quad (5-84)$$

$$\Delta\omega = 2\pi\Delta F = 2\pi h/T_0$$

La (5-84) si riduce a

$$c_n = \frac{A_c}{2} \left[\left(\frac{\sin[(\pi/2)(h - n)]}{(\pi/2)(h - n)} \right) + (-1)^n \left(\frac{\sin[(\pi/2)(h + n)]}{(\pi/2)(h + n)} \right) \right] \quad (5-85)$$



Calcolo dello spettro del segnale trasmesso dal modem V.21

$$c_n = \frac{A_c}{2} \left[\left(\frac{\sin[(\pi/2)(h-n)]}{(\pi/2)(h-n)} \right) + (-1)^n \left(\frac{\sin[(\pi/2)(h+n)]}{(\pi/2)(h+n)} \right) \right]$$

$$S(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)]$$

$$G(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(f - nf_0)$$

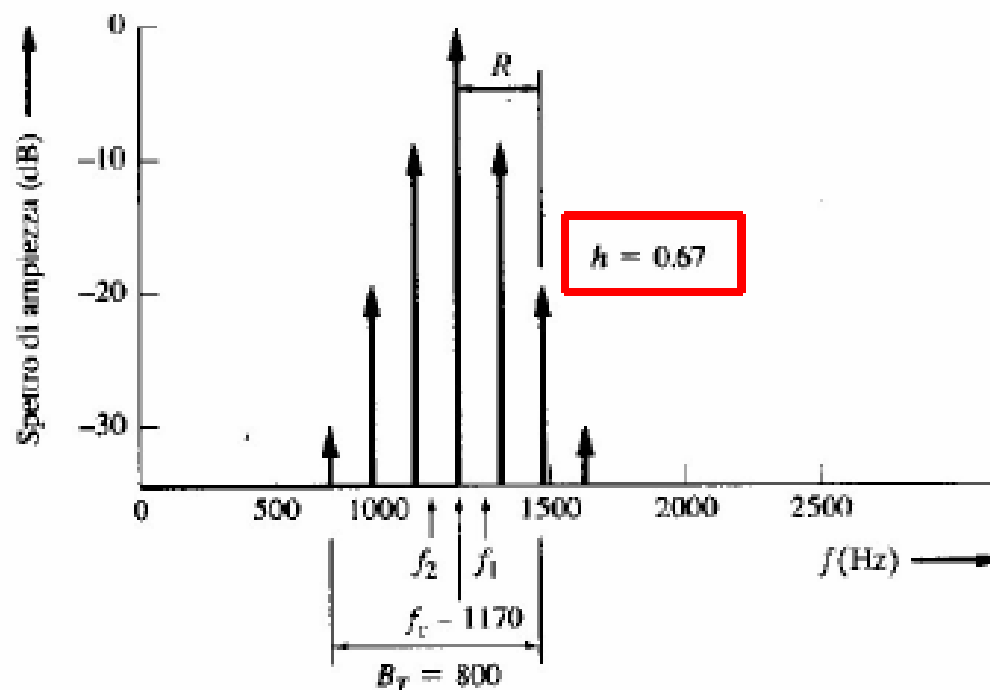
SPETTRO DEL SEGNALE FSK

Lo spettro del segnale FSK può essere valutato numericamente per vari valori della deviazione ΔF e della velocità di informazione R mediante personal computer.

Spettro del segnale trasmesso dal modem V.21

Tre grafici relativi

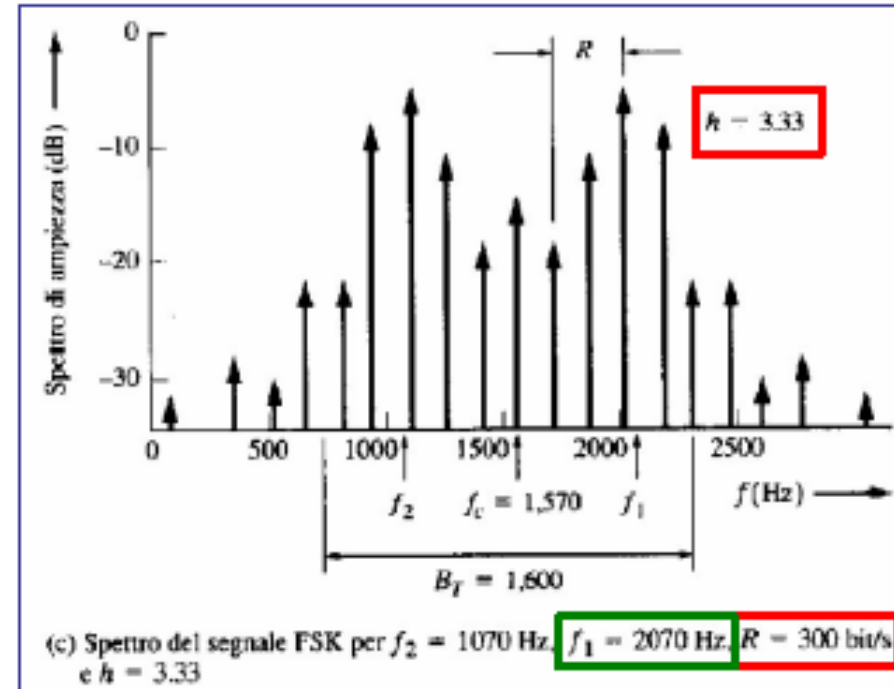
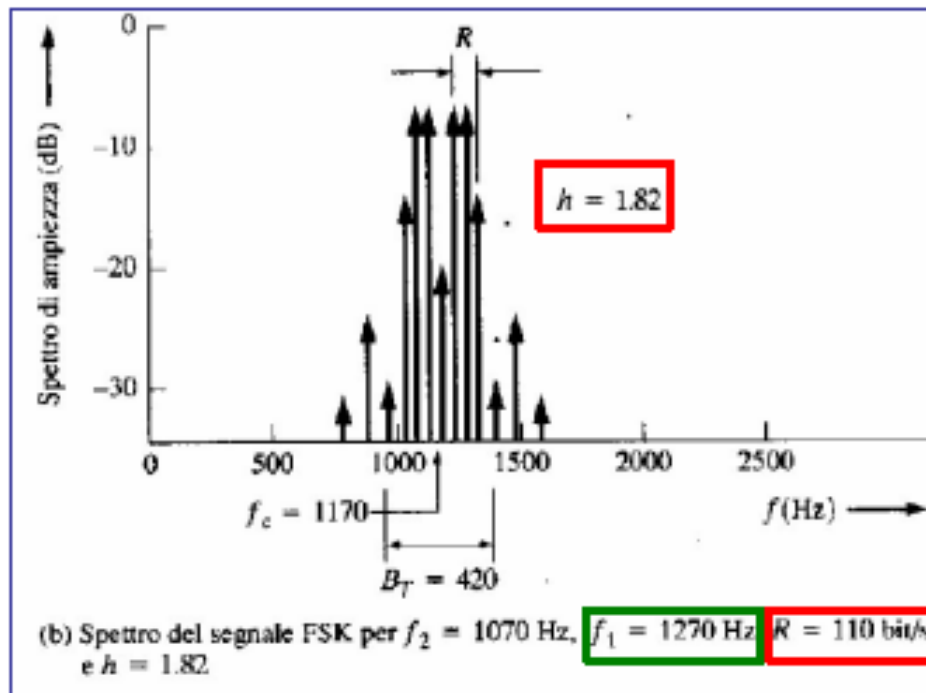
allo spettro e corrispondenti a differenti insiemi di parametri sono illustrati in Figura 5-26: nella Figura 5-26a, dove l'indice di modulazione utilizzato è $h = 0.67$ si può notare che non si hanno componenti alle frequenze *mark* e *space*, f_1 e f_2 .



(a) Spettro del segnale FSK per $f_2 = 1070$ Hz, $f_1 = 1270$ Hz, $R = 300$ bit/s (parametri dello standard V.21) e $h = 0.67$

Spettro del segnale trasmesso dal modem V.21

Dagli altri due grafici riportati in Figura 5-26, dove il valore dell'indice è rispettivamente $h = 1.82$ e $h = 3.33$, si nota che aumentando il valore di h lo spettro tende a concentrarsi attorno alle frequenze f_1 e f_2 .





Banda di trasmissione per i segnali FSK

- ❑ La banda è data approssimativamente dalla **regola di Carson**:

$$\left. \begin{array}{l} B_T = 2(\beta + 1)B \\ \beta = \Delta F \frac{1}{B} \end{array} \right\} \longrightarrow B_T = 2\Delta F + 2B$$

B : banda del segnale modulante

Dato che nell'esempio precedente la banda al primo nullo del segnale è:

$$B = R \longrightarrow B_T = 2(\Delta F + R)$$

Se si usa una sagomatura degli impulsi a coseno rialzato:

$$B = \frac{1+r}{2} R \longrightarrow B_T = 2\Delta F + (1+r)R$$

--