



Corso di Sistemi Telematici A.A. 2014-2015

Lezione 7: SEGNALI IN BANDA PASSANTE E MODULAZIONI I



Struttura della lezione

- ❑ **Involuppo complesso e segnali modulati**
- ❑ **Spettro dei segnali in banda passante**
- ❑ **Modulazione di ampiezza**
 - AM
 - a banda laterale unica (DSB-SC)
 - a banda laterale unica (SSB)
- ❑ **Modulazione di frequenza (FM)**
- ❑ **Modulazione di fase (PM)**
- ❑ **Modulazioni digitali**
 - OOK, FSK, MSK, MPSK, QAM

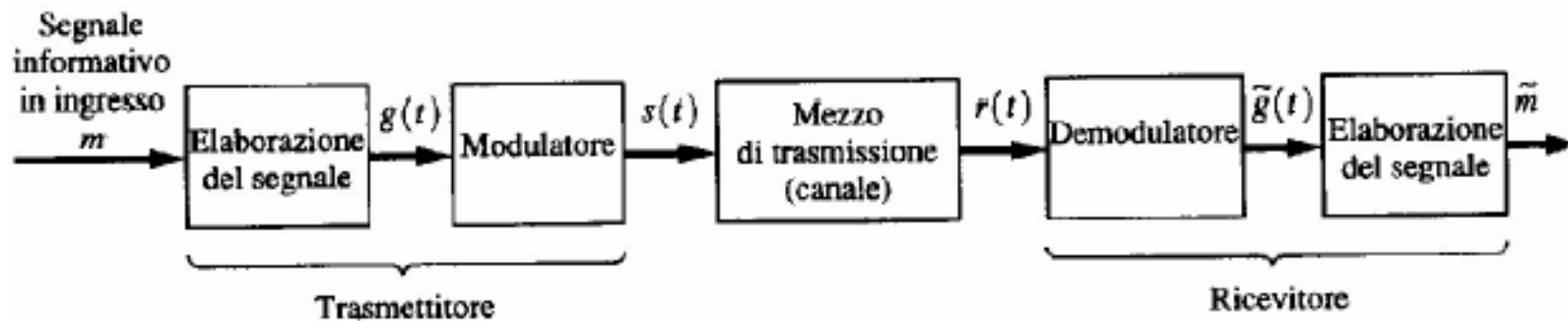


Definizioni

- ❑ **Segnale in banda passante (o passa-banda):**
 - segnale con spettro di ampiezza diverso da zero su di una certa banda
- ❑ nell'intorno di una frequenza $f = \pm f_c$, chiamata **frequenza portante**
- ❑ **Modulazione:**
 - Processo mediante il quale l'informazione è impressa su di un segnale sinusoidale portante con frequenza f_c , attraverso l'introduzione di una qualche variazione nell'ampiezza, nella fase o su entrambe
- ❑ **Segnale modulante:** $m(t)$
 - Segnale originale prima della modulazione
- ❑ **Segnale modulato:** $s(t)$
 - Segnale ottenuto dopo la modulazione
- ❑ **Segnale portante:**
 - Sinusoide modulata in ampiezza e/o fase dal segnale modulante



Sistema di comunicazione



$$r(t) = (\text{segnale utile}) + (\text{rumore})$$

\uparrow \uparrow
 $s(t)$ $n(t)$



Rappresentazione di un segnale mediante l'involuppo complesso

■ Teorema:

- un qualunque **segnale in banda passante** può essere rappresentato come:

$$v(t) = \text{Re}\{g(t) e^{j\omega_c t}\}$$

BANDA BASE \rightarrow BANDA PASSANTE

dove:

$$g(t)$$

involuppo complesso di $v(t)$

$g(t)$ è in banda base

$$f_c$$

frequenza portante di $v(t)$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

■ Rappresentazioni equivalenti:

$$v(t) = R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

$$v(t) = x(t) \cos(\omega_c t) - y(t) \sin(\omega_c t)$$

REALE $\theta(t) = \text{Fase}\{g(t)\} = \tan^{-1}\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right)$

dove: $g(t) = x(t) + jy(t) = R(t) e^{j\theta(t)}$ COMPLESSO

$$x(t) = \text{Re}\{g(t)\} = R(t) \cos(\theta(t))$$
 REALE

$$y(t) = \text{Im}\{g(t)\} = R(t) \sin(\theta(t))$$
 REALE

$$R(t) = |g(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$
 REALE



Rappresentazione dei segnali modulati

❑ Modulazione:

- Processo mediante il quale l'informazione è impressa su di un segnale sinusoidale portante con frequenza f_c , attraverso l'introduzione di una qualche variazione nell'ampiezza, nella fase o su entrambe

❑ Segnale modulato:

$$s(t) = \text{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

f_c : frequenza portante

❑ L'involuppo complesso $g(t)$ è una funzione del segnale modulante $m(t)$:

$$g(t) = g[m(t)]$$

❑ Dalla funzione $g[]$ dipende il tipo di modulazione che si applica (es.: AM, FM, PM)



Esempio: Modulazione in ampiezza (AM)

- **Involuppo complesso di un segnale AM:**

$$g(t) = A_c [1 + m(t)]$$

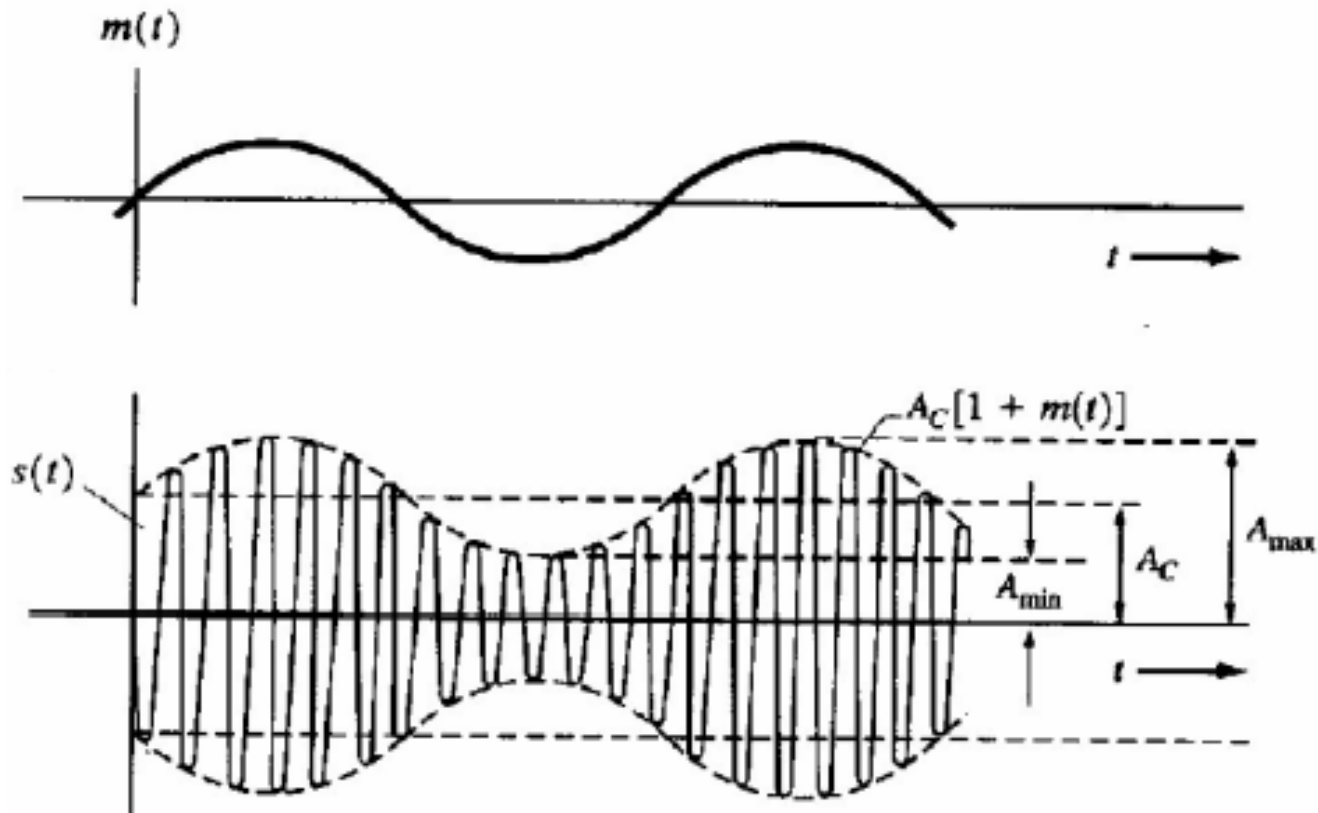
- **La costante A_c determina il livello di potenza**
- **Il **segnale modulato AM** è quindi:**
- **Il segnale $m(t)$ è il **segnale modulante** (analogico o digitale)**

$$s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$$



Esempio: Modulazione in ampiezza (AM)

AM: $g(t) = A_c [1 + m(t)] \rightarrow s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$



Involuppo complesso per varie forme di modulazione (modulazioni in QUADRATURA)

Tipo di modulazione	Mappa $g(m)$	Corrispondenti modulazioni in quadratura	
		$x(t)$	$y(t)$
AM	$A_c[1 + m(t)]$	$A_c[1 + m(t)]$	0
DSSB SC	$A_c m(t)$	$A_c m(t)$	0
PM	$A_c e^{jD_p m(t)}$	$A_c \cos[D_p m(t)]$	$A_c \sin[D_p m(t)]$
FM	$A_c e^{jD_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma}$	$A_c \cos \left[D_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma \right]$	$A_c \sin \left[D_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma \right]$
SSB-AM-SC ^b	$A_c [m(t) \pm j\hat{m}(t)]$	$A_c m(t)$	$\pm A_c \hat{m}(t)$
SSB-PM ^b	$A_c e^{jD_p [m(t) \pm j\hat{m}(t)]}$	$A_c e^{\mp D_p \hat{m}(t)} \cos[D_p m(t)]$	$A_c e^{\mp D_p \hat{m}(t)} \sin[D_p m(t)]$
SSB-FM ^b	$A_c e^{jD_f \int_{-\infty}^t [m(\sigma) \pm j\hat{m}(\sigma)] d\sigma}$	$A_c e^{\mp D_f \int_{-\infty}^t \hat{m}(\sigma) d\sigma} \cos \left[D_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma \right]$	$A_c e^{\mp D_f \int_{-\infty}^t \hat{m}(\sigma) d\sigma} \sin \left[D_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma \right]$
SSB-EV ^b	$A_c e^{\{ \ln[1+m(t)] \pm j \hat{\ln}[1+m(t)] \}}$	$A_c [1 + m(t)] \cos \{ \hat{\ln}[1 + m(t)] \}$	$\pm A_c [1 + m(t)] \sin \{ \hat{\ln}[1 + m(t)] \}$
SSB-SQ ^b	$A_c e^{\{ (1/2) \{ \ln[1+m(t)] \pm j \hat{\ln}[1+m(t)] \} \}}$	$A_c \sqrt{1 + m(t)} \cos \{ \frac{1}{2} \hat{\ln}[1 + m(t)] \}$	$\pm A_c \sqrt{1 + m(t)} \sin \{ \frac{1}{2} \hat{\ln}[1 + m(t)] \}$
QM	$A_c [m_1(t) + j m_2(t)]$	$A_c m_1(t)$	$A_c m_2(t)$

* $A_c > 0$ è una costante che fissa il livello di potenza del segnale

L, lineare; NL, non lineare;

$\{ \hat{\cdot} \}$ indica la trasformata di Hilbert (ovvero la versione ruotata di -90° di $[\cdot]$)

Inviluppo complesso per varie forme di modulazione (modulazioni in AMPIEZZA E FASE)

Corrispondenti modulazioni
di ampiezza e fase

L, lineare; NL, non lineare;

Tipo di modulazione	$R(t)$	$\theta(t)$	Linearità
AM	$A_c 1 + m(t) $	$\begin{cases} 0, & m(t) > -1 \\ 180^\circ, & m(t) < -1 \end{cases}$	L
DSB-SC	$A_c m(t) $	$\begin{cases} 0, & m(t) > 0 \\ 180^\circ, & m(t) < 0 \end{cases}$	L
PM	A_c	$D_p m(t)$	NL
FM	A_c	$D_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma$	NL
SSB-AM-SC ^b	$A_c \sqrt{[m(t)]^2 + [\hat{m}(t)]^2}$	$\tan^{-1}[\pm \hat{m}(t) / m(t)]$	L
SSB-PM ^b	$A_c e^{\pm D_p \hat{m}(t)}$	$D_p m(t)$	NL
SSB-FM ^b	$A_c e^{\pm D_f \int_{-\infty}^t \hat{m}(\sigma) d\sigma}$	$D_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma$	NL
SSB-EV ^b	$A_c 1 + m(t) $	$\pm \ln[1 + m(t)]$	NL
SSB-SQ ^b	$A_c \sqrt{1 + m(t)}$	$\pm \frac{1}{2} \ln[1 + m(t)]$	NL
QM	$A_c \sqrt{m_1^2(t) + m_2^2(t)}$	$\tan^{-1}[m_2(t) / m_1(t)]$	L



Spettro dei segnali in banda passante

- ❑ **Lo spettro di un segnale in banda passante può essere ricavato direttamente da quello del suo inviluppo complesso**
- ❑ **Teorema:**
 - dato un segnale in banda passante nella forma:

$$v(t) = \text{Re}\{g(t) e^{j\omega_c t}\}$$



TF

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)]$$

DSP

$$\mathcal{P}_v(f) = \frac{1}{4} [\mathcal{P}_g(f - f_c) + \mathcal{P}_g(-f - f_c)]$$



Potenza dei segnali in banda passante

□ Potenza media totale normalizzata:

$$P_v = \langle v^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{P}_v(f) df = R_v(0) = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle$$

□ Potenza di picco dell'involuppo (PEP - Peak Envelope Power):

- potenza media che si otterrebbe se $|g(t)|$ fosse mantenuto al suo valore di picco
- è equivalente a valutare la potenza media di un segnale sinusoidale a RF,

□ non modulato, con valore di picco pari a:

$$v(t) = R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] \rightarrow A_p = \max[v(t)]$$

□ Teorema: la potenza normalizzata di picco dell'involuppo è:

$$P_{PEP} = \frac{1}{2} [\max |g(t)|]^2$$

□ Nota: la P_{PEP} viene utilizzata per fornire le specifiche di un apparato trasmettitore



Esempio 4-1: spettro di potenza di un segnale modulato in ampiezza

Ricaviamo lo spettro di potenza di un segnale modulato in ampiezza (AM). Dalla Tabella 4-1, l'involuppo complesso di un segnale AM è

$$g(t) = A_c[1 + m(t)]$$

e quindi il suo spettro è dato da

$$G(f) = A_c\delta(f) + A_cM(f) \quad (4-19)$$

Dalla (4-9) si ricava l'espressione del segnale AM

$$s(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$$



$$s(t) = A_c[1 + m(t)] \cos \omega_c t$$

$m(t)$ è reale, allora $M^*(f) = M(-f)$

$\delta(f) = \delta(-f)$ (la funzione delta è pari per definizione).

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)]$$

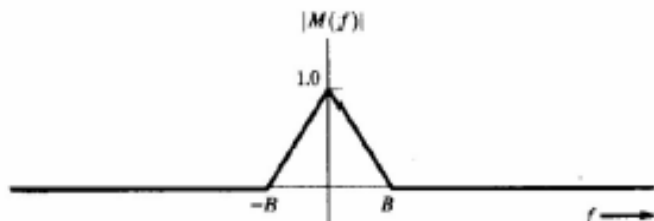


$$S(f) = \frac{1}{2} A_c [\delta(f - f_c) + M(f - f_c) + \delta(f + f_c) + M(f + f_c)] \quad (4-20a)$$

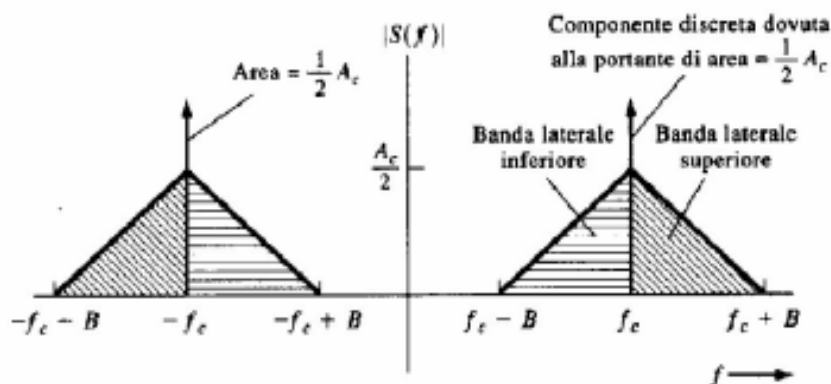
Esempio 4-1: spettro di potenza di un segnale modulato in ampiezza

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c [\delta(f - f_c) + M(f - f_c) + \delta(f + f_c) + M(f + f_c)] \quad (4-20a)$$

Supponiamo che lo spettro di ampiezza del segnale modulante sia una funzione triangolare, come mostrato in Figura 4-2a. Tale spettro potrebbe essere generato ad esempio da una sorgente audio analogica con un forte contenuto di basse frequenze.



Lo spettro del segnale AM risultante dalla (4-20) è mostrato in Figura 4-2b.





Esempio 4-1: spettro di potenza di un segnale modulato in ampiezza

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c [\delta(f - f_c) + M(f - f_c) + \delta(f + f_c) + M(f + f_c)] \quad (4-20a)$$

Visto che $G(f - f_c)$ e $G^*(-f - f_c)$ non si sovrappongono, lo spettro di ampiezza è

$$|S(f)| = \begin{cases} \frac{1}{2} A_c \delta(f - f_c) + \frac{1}{2} A_c |M(f - f_c)|, & f > 0 \\ \frac{1}{2} A_c \delta(f + f_c) + \frac{1}{2} A_c |M(-f - f_c)|, & f < 0 \end{cases} \quad (4-20b)$$

Il termine 1 in $g(t) = A_c[1 + m(t)]$ determina la presenza della funzione delta nello spettro in corrispondenza di $f = \pm f_c$, dove f_c è la frequenza portante assegnata.

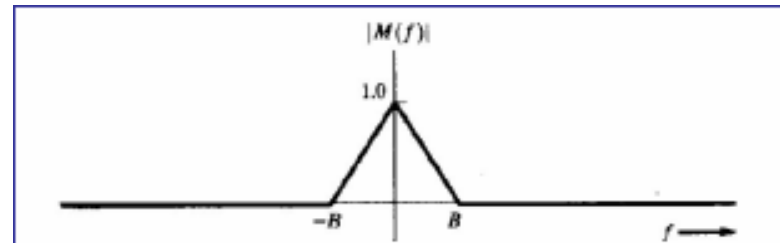
Dalla (4-17), si ricava anche la potenza media complessiva del segnale:

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{1}{2} A_c^2 \langle |1 + m(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \langle 1 + 2m(t) + m^2(t) \rangle \\ &= \frac{1}{2} A_c^2 [1 + 2\langle m(t) \rangle + \langle m^2(t) \rangle] \end{aligned}$$

$$P_v = \langle v^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{P}_v(f) df = R_v(0) = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle$$

Esempio 4-1: spettro di potenza di un segnale modulato in ampiezza

$$P_s = \frac{1}{2} A_c^2 [1 + 2\langle m(t) \rangle + \langle m^2(t) \rangle]$$



Se la componente continua (il valor medio) del segnale modulante è zero, come indicato in Figura 4-2a, la potenza media del segnale diventa

$$P_s = \frac{1}{2} A_c^2 [1 + P_m] \quad (4-21)$$

dove $P_m = \langle m^2(t) \rangle$ è la potenza del segnale modulante $m(t)$.

$\frac{1}{2} A_c^2$ è la potenza della portante

$\frac{1}{2} A_c^2 P_m$ è la potenza delle bande laterali di $s(t)$



Filtri passa-banda e distorsioni lineari

- Modelliamo un **filtro passa-banda** con un filtro in banda-base avente risposta impulsiva complessa

- dove:

$$h(t) = \text{Re}\{k(t)e^{j\omega_c t}\}$$

- $h(t)$: risposta impulsiva complessa del filtro passa-banda
- $k(t)$: il suo inviluppo complesso

- **Teorema:**

- L'inviluppo complesso dell'**ingresso**, dell'**uscita**, e della **risposta impulsiva** di un filtro passa-banda sono legati dalla seguente relazione:

$$\frac{1}{2}g_2(t) = \frac{1}{2}g_1(t) * \frac{1}{2}k(t) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2}G_2(f) = \frac{1}{2}G_1(f) \cdot \frac{1}{2}K(f)$$

dove: $g_1(t)$: ingresso

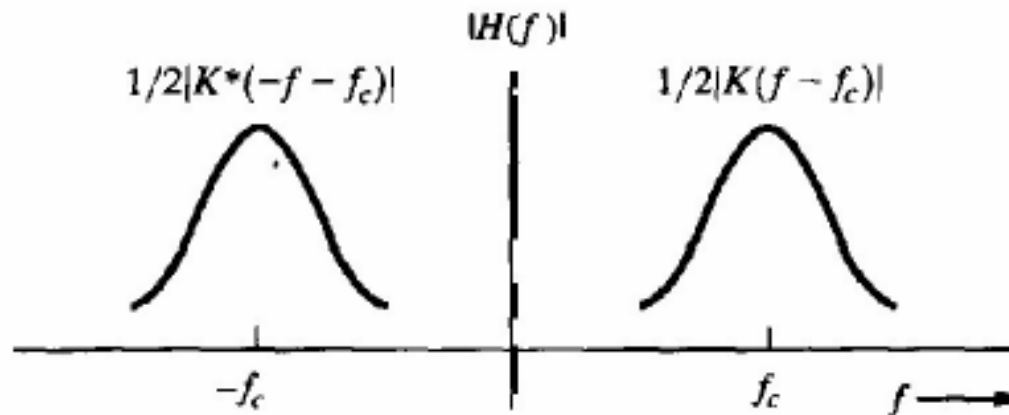
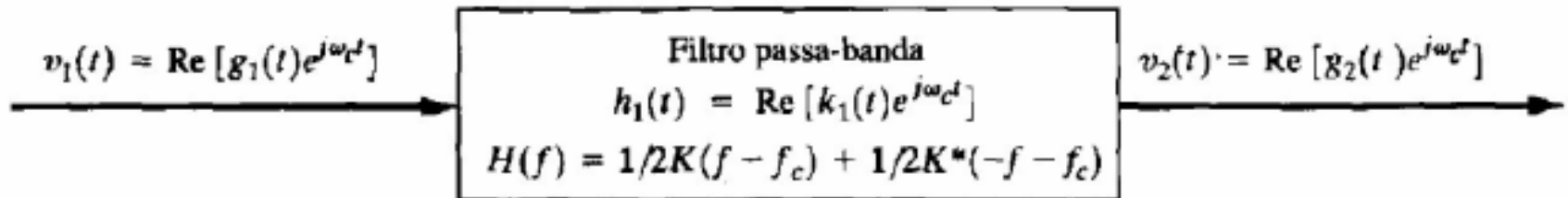
$g_2(t)$: inviluppo complesso dell'uscita

$k(t)$: inviluppo complesso della risposta impulsiva

Filtro equivalente
in banda-base



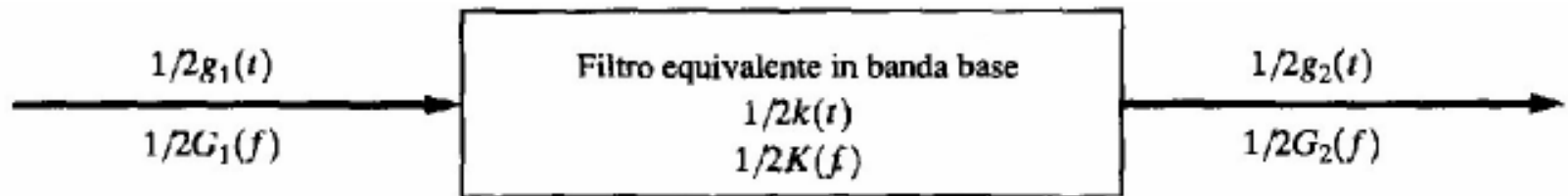
Filtraggio passa-banda



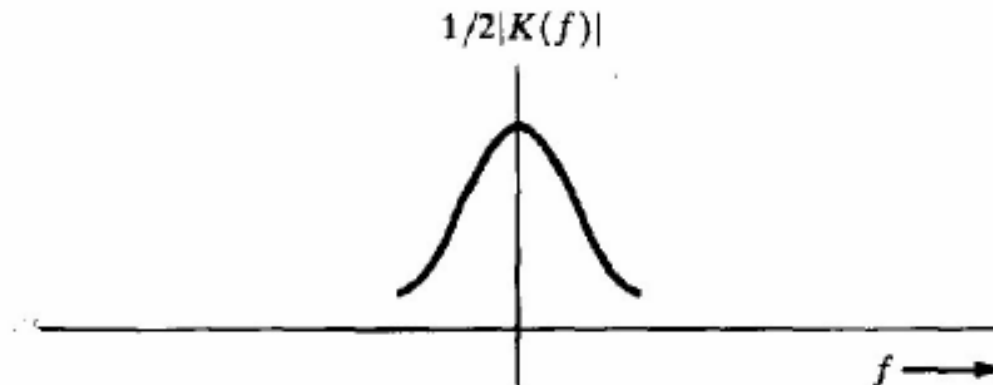
(b) Risposta impulsiva caratteristica del filtro passa-banda



Filtraggio passa-banda



(c) Equivalente in banda base del filtro (risposta impulsiva complessa)



(d) Risposta impulsiva caratteristica dell'equivalente in banda base del filtro



Distorsioni lineari in banda passante

□ Un segnale in banda passante non viene distorto se:

- la risposta in ampiezza è costante:

$$|H(f)| = A \quad A: \text{costante reale e positiva}$$

- la derivata della risposta in fase è costante:

$$-\frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \theta(f) = T_g$$

dove: T_g : ritardo di inviluppo

$$\vartheta(f) = \text{Fase}\{H(f)\}$$

○ Nota:

- Le condizioni di non distorsione in banda-passante sono meno restrittive di quelle in banda base (per la distorsione di fase):

In banda base

$$\theta(f) = -2\pi f T_g$$

In banda passante

$$\theta(f) = -2\pi f T_g + \theta_0$$

$$\forall \theta_0$$

Distorsioni lineari in banda passante

□ Un segnale in banda passante non viene distorto se:

- la risposta in ampiezza è costante:

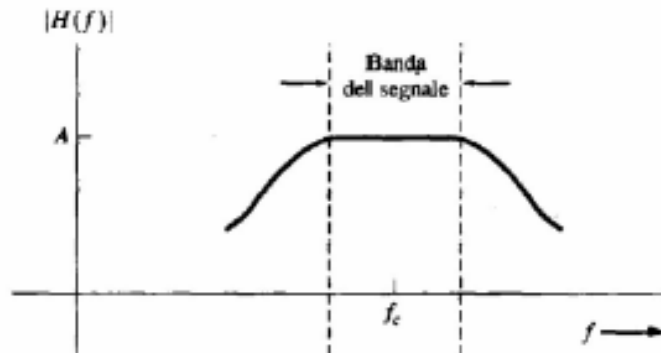
$$|H(f)| = A \quad A: \text{costante reale e positiva}$$

- la derivata della risposta in fase è costante:

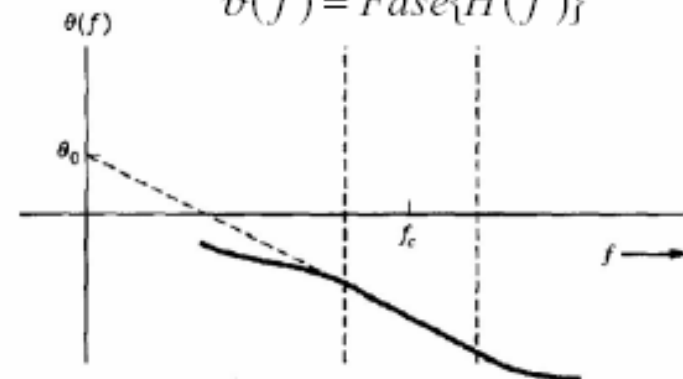
$$-\frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \theta(f) = T_g$$

dove: T_g : ritardo di inviluppo

$$\vartheta(f) = \text{Fase}\{H(f)\}$$



(a) Risposta in ampiezza



(b) Risposta in fase



Teorema del campionamento

- ❑ **Per un segnale in banda passante, la frequenza di campionamento dipende:**
 - solo dall'estensione della banda del segnale
 - e non dal valore assoluto delle frequenze coinvolte
- ❑ **Quindi è possibile riprodurre un segnale in banda passante a partire dai campioni del suo inviluppo complesso (dalle sue componenti I/Q)**
- ❑ **Teorema del campionamento:**
 - Dato un segnale reale in banda passante, con banda assoluta $B_T = f_2 - f_1$. Tale segnale può essere ricostruito a partire dal valore dei suoi campioni se la frequenza di campionamento è scelta tale che:

$$f_s \geq 2 B_T$$

- ❑ **Infatti il segnale può essere scritto come segue:**

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [x(n T_b) \cos \omega_c t - y(n T_b) \sin \omega_c t] \cdot \text{sinc}[(t - n T_b)/T_b]$$



Teorema della dimensionalità in banda passante

□ Teorema:

- dato un segnale reale in banda passante, con $B_T = f_2 - f_1$ la banda assoluta, e sia $B_T \ll f_1$. Il segnale può essere interamente specificato su di un intervallo di T_0 secondi

$$N = 2 B_T T_0$$

- N è il numero delle dimensioni richieste per caratterizzare il segnale



Profondità di modulazione

□ Ipotesi:

$$-1 \leq m(t) \leq 1$$

- Se $m(t)$ ha un valore di picco positivo +1, e di picco negativo -1



il segnale AM è modulato al 100%



Profondità di modulazione

□ Altrimenti:

□ Definizioni:

- Profondità di modulazione positiva:
- Profondità di modulazione negativa:
- Profondità di modulazione totale:

$$\% \text{ modulazione positiva} = \frac{A_{\max} - A_c}{A_c} \cdot 100 = \max[m(t)] \cdot 100$$

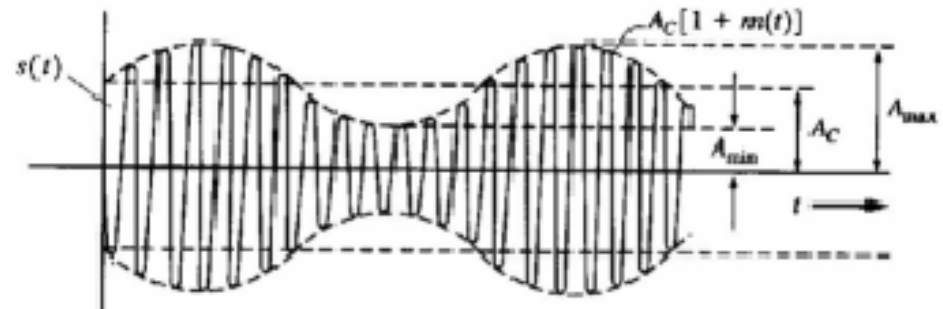
$$\% \text{ modulazione negativa} = \frac{A_c - A_{\min}}{A_c} \cdot 100 = -\min[m(t)] \cdot 100$$

$$\% \text{ modulazione} = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2A_c} \cdot 100 = \frac{\max[m(t)] - \min[m(t)]}{2} \cdot 100$$

dove: A_{\max} : massimi di $A_c[1+m(t)]$

A_{\min} : minimi di $A_c[1+m(t)]$

A_c : livello di inviluppo AM in assenza di modulazione, cioè per $m(t) = 0$



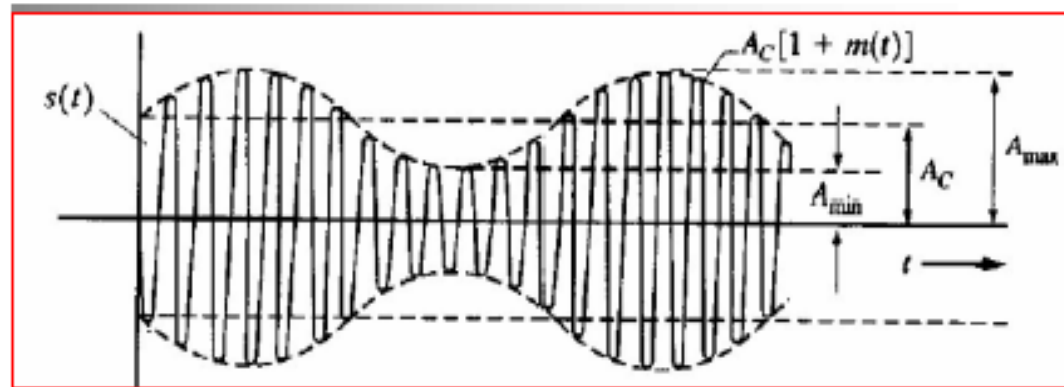


Profondità di modulazione - esempio

ESEMPIO:

$$A_{\max} = 1.5 A_c$$

$$A_{\min} = 0.5 A_c$$



$$\% \text{ modulazione positiva} = \frac{A_{\max} - A_c}{A_c} \cdot 100 = \max[m(t)] \cdot 100 = 50\%$$

$$\% \text{ modulazione negativa} = \frac{A_c - A_{\min}}{A_c} \cdot 100 = -\min[m(t)] \cdot 100 = 50\%$$

$$\% \text{ modulazione} = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2A_c} \cdot 100 = \frac{\max[m(t)] - \min[m(t)]}{2} \cdot 100 = 50\%$$

Se % modulazione $\leq 100\%$

in ricezione si può utilizzare
un rivelatore di inviluppo



Potenza media normalizzata del segnale AM

□ Potenza media normalizzata:

$$\langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \langle [1 + m(t)]^2 \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \langle 1 + 2m(t) + m^2(t) \rangle \quad \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 + A_c^2 \langle m(t) \rangle + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle$$

Se il segnale modulante ha valor medio nullo [$\langle m(t) \rangle = 0$]

$$\longrightarrow \langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle$$

potenza della portante

potenza delle bande laterali

Efficienza di modulazione e potenza di picco

□ Definizione: Efficienza di modulazione

- Rapporto percentuale tra la potenza del segnale modulato che trasporta l'informazione e la potenza totale

□ In un segnale AM:

- solo la componente di segnale legata alle bande laterali trasporta informazione; quindi l'efficienza di modulazione risulta:

$$\eta_{\text{mod}} = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{1 + \langle m^2(t) \rangle} \cdot 100\%$$

□ Nota:

- Il valore massimo di efficienza raggiungibile con una modulazione avente profondità massima pari al 100% è il 50%

□ Potenza di picco del segnale AM:

$$P_{PEP} = \frac{1}{2} [\max |g(t)|]^2$$



$$P_{PEP} = \frac{A_c^2}{2} [1 + \max [m(t)]]^2$$

Esempio: potenza di un segnale AM

Esempio 5-1 POTENZA DI UN SEGNALE AM

$$p(t) = A_c \cos \omega_c t$$

$$\rightarrow P_{media} = \frac{1}{2} \frac{V_{MAX}^2}{R}$$

Le stazioni radio AM vengono in genere classificate sulla base della potenza media della portante. Si supponga che un trasmettitore AM da 5000 W sia collegato a un carico di 50Ω . In questo caso, considerando un segnale di tensione, la costante A_c è data dalla relazione $\frac{1}{2} A_c^2 / 50 = 5000$. Perciò la tensione di picco ai capi del carico *in assenza di modulazione* sarà pari ad $A_c = 707 \text{ V}$. Se usiamo come segnale modulante un tono di prova a 1000 Hz con modulazione al 100%, la potenza totale media rappresentata dalla potenza della portante e quella delle bande laterali sarà, per la (5-9),

$$1.5 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{A_c^2}{50} \right) \right] = (1.5) \times (5000) = 7500 \text{ W}$$

in quanto $\langle m^2(t) \rangle = \frac{1}{2}$ per modulazione al 100%.

$$P_{media} = \frac{\langle s^2(t) \rangle}{R} = \frac{1}{R} \left[\frac{1}{2} A_c^2 + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle \right] = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} [1 + \langle m^2(t) \rangle] = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \frac{3}{2}$$



Esempio: potenza di un segnale AM

$$\max\{m(t)\}=1$$

$$V_{picco} = \max\{A_c[1+m(t)]\} = A_c + A_c \cdot \max\{m(t)\} = 2 A_c$$

In queste stesse condizioni, la tensione di picco ai capi del carico di 50Ω è $(2)(707) = 1414 \text{ V}$. Dalla (5-11) la potenza di picco è

$$4 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{A_c^2}{50} \right) \right] = (4)(5000) = 20\,000 \text{ W}$$

L'efficienza della modulazione è pari al 33% dato che $\langle m^2(t) \rangle = \frac{1}{2}$.

(5-11) Potenza di picco del segnale AM:

$$P_{PEP} = \frac{A_c^2}{2} [1 + \max\{m(t)\}]^2$$

Modulazione AM a doppia banda laterale con portante soppressa (DSB-SC)

❑ Double Side Band - Suppressed Carrier (DSB-SC):

- segnale AM senza portante

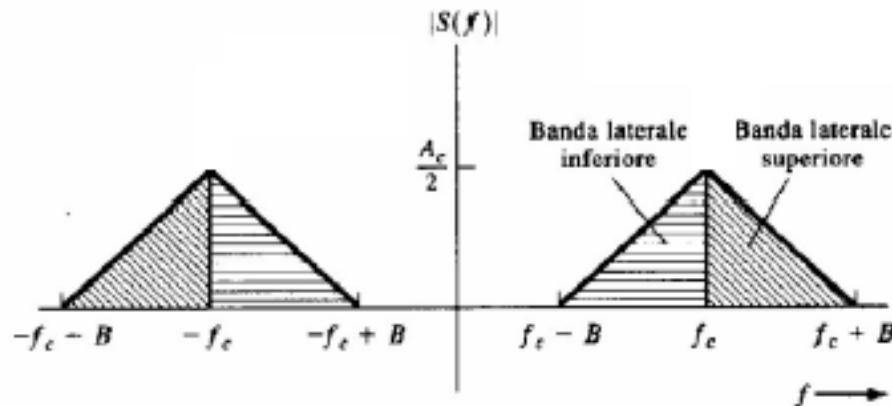
$$s(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$$

supponiamo che il segnale $m(t)$ ha valor medio nullo

■ Spettro:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$

come quello della modulazione AM, ma senza le funzioni delta in $-f_c$ e $+f_c$





Modulazione AM a doppia banda laterale con portante soppressa (DSB-SC)

$$\% \text{ modulazione} = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2A_c} \cdot 100$$

■ Rispetto al segnale AM:

- Percentuale di modulazione: infinita ← non è presente la portante
- Efficienza di modulazione: 100% ← non si ha nessuna aliquota di potenza in componenti discrete (nella portante)
- Demodulazione: rivelatore sincrono ← più costoso di quello di inviluppo
- Potenza trasmessa: 4 volte quella di un segnale AM con lo stesso livello di picco



DSB-SC più vantaggiosa di AM



Modulazione AM a banda laterale unica (SSB-AM)

□ Definizione:

- segnale a banda laterale superiore (USSB - Upper Single Side Band)

$$S(f) = 0 \quad \text{per } |f| < f_c$$

- segnale a banda laterale inferiore (LSSB - Lower Single Side Band)

$$S(f) = 0 \quad \text{per } |f| > f_c$$

- **Ci sono varie trasformazioni $g[m]$ per costruire un segnale SSB a partire dal segnale modulante $m(t)$**

- Usata in ambito militare e dai radioamatori nei sistemi HF (High Frequency)
- La banda del segnale SSB-AM è metà di quella dei segnali AM e DSB-SC

Modulazione AM a banda laterale unica (SSB-AM)

□ Single Side Band - AM (SSB-AM):

- inviluppo complesso:

$$g(t) = A_c [m(t) \pm j \hat{m}(t)]$$

Segno -



USSB

Segno +



LSSB

- segnale modulato in banda base:

$$s(t) = A_c [m(t) \cos \omega_c t \pm \hat{m}(t) \sin \omega_c t]$$

■ Trasformata di Hilbert

$\hat{m}(t)$ **Trasformata di Hilbert** di $m(t)$

$$\hat{m}(t) = m(t) * h(t)$$

dove:

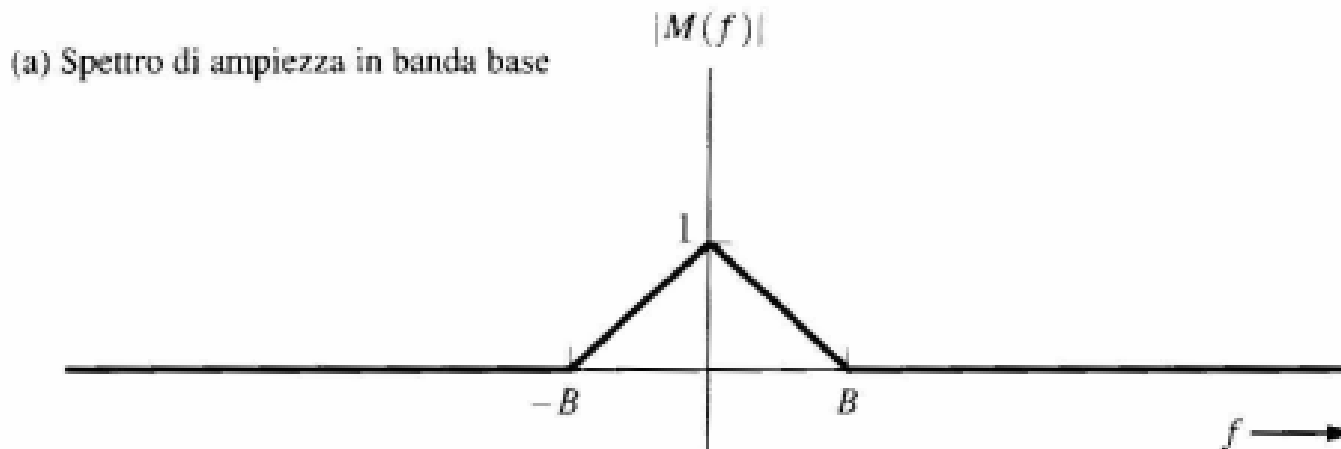
$$h(t) = \frac{1}{\pi t}$$



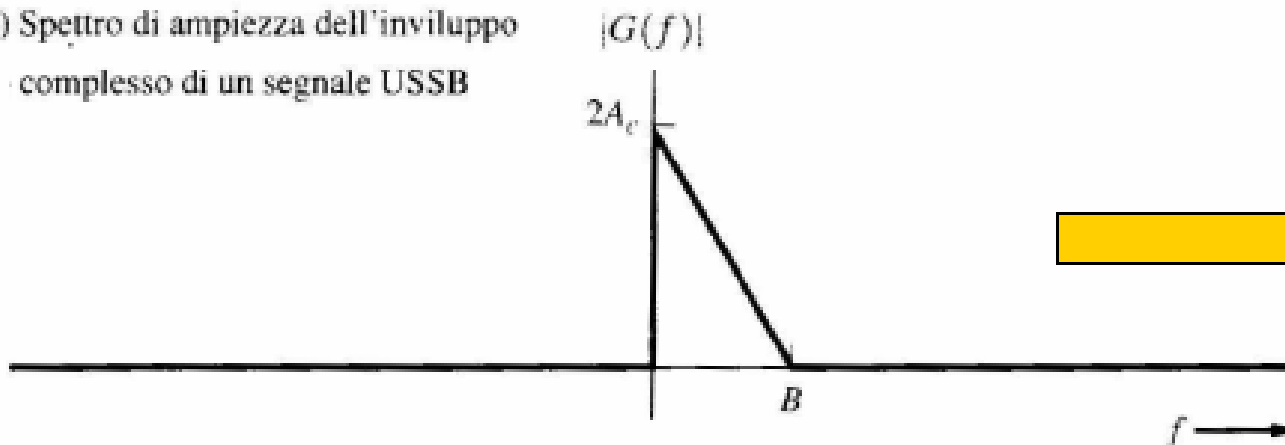
Sfasatore puro di 90°

$$H(f) = \mathfrak{F}\{h(t)\} = \begin{cases} -j & f > 0 \\ j & f < 0 \end{cases}$$

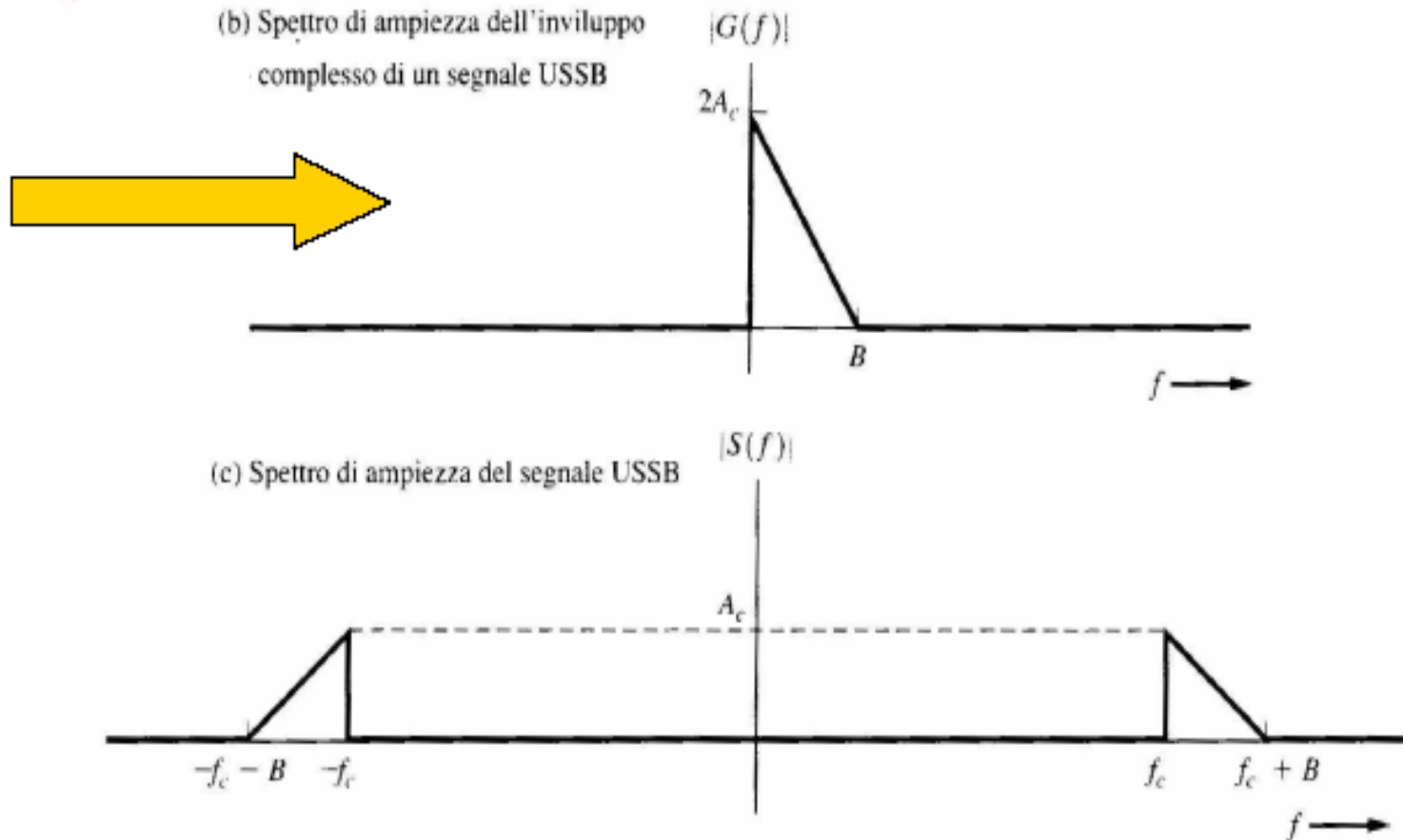
Modulazione SSB-AM: spettro di ampiezza di un segnale USSB



(b) Spettro di ampiezza dell'involucro complesso di un segnale USSB



Modulazione SSB-AM: spettro di ampiezza di un segnale USSB





Modulazione AM a banda laterale unica (SSB-AM)

□ Potenza media normalizzata

$$\langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) + \hat{m}^2(t) \rangle \quad \text{ma si può dimostrare che: } \langle m^2(t) \rangle = \langle \hat{m}^2(t) \rangle$$

$$\longrightarrow \boxed{\langle s^2(t) \rangle = A_c^2 \langle m^2(t) \rangle}$$

- cioè: la potenza del segnale SSB è quella del segnale modulante moltiplicata per il guadagno

□ Potenza normalizzata di picco

$$\frac{1}{2} \max \{ |g(t)|^2 \} = \frac{1}{2} A_c^2 \max \{ m^2(t) + \hat{m}^2(t) \} \quad \longrightarrow \quad \boxed{P = A_c^2}$$



Modulazione AM a banda laterale unica (SSB-AM)

□ Vantaggi:

- Il segnale SSB-AM necessita di una banda dimezzata rispetto a quella di un segnale AM o DSB-SC
- Fornisce un rapporto segnale-rumore all'uscita del ricevitore superiore a quello di un sistema AM, e uguale a quello del DSB-SC

□ Svantaggi:

- Il modulatore e il demodulatore sono di più difficile realizzazione rispetto al DSB-SC e, soprattutto, dell'AM