



Corso di Sistemi Telematici A.A. 2014-2015

Lezione 6: Segnali Digitali e a Impulsi in Bandabase II



Definizioni

- **Velocità (o cadenza) di simbolo:**

$$D = \frac{N}{T_0} \quad [\text{simboli/s}]$$

↑
[baud]

- **Velocità (o cadenza) di bit:**

$$R = \frac{n}{T_0} \quad [\text{bit/s}]$$

n : numero di bit inviati
nell'intervallo di T_0 secondi

- **Nota:** se i dati w_k sono binari

- il segnale $w(t)$ è binario
- $n = N \rightarrow D = R$

- **Nota:** se i dati w_k non sono binari

- il segnale $w(t)$ è multilivello
- $D \neq R$



Valutazione della larghezza di banda

- **Limite inferiore per la larghezza di banda del segnale digitale (per il teorema di dimensionalità):**

$$B \geq \frac{N}{2T_0} = \frac{1}{2} D$$

D : velocità o cadenza di simbolo

- **Se le funzioni base sono del tipo $\text{sinc}(x)$, viene raggiunto il limite inferiore**

Trasmissione di dati digitali tramite segnali binari

□ Esempio

- Ogni messaggio può essere rappresentato da una parola binaria su $n=8$ bit (1 byte)

$n = 8$	\rightarrow	$M = 2^n = 256$
$T_0 = 8 \text{ ms}$		

- Vogliamo trasmettere il messaggio: 01001110

$$w_1 = 0 \quad w_2 = 1 \quad w_3 = 0 \quad w_4 = 0 \quad w_5 = 1 \quad w_6 = 1 \quad w_7 = 1 \quad w_8 = 0$$

Trasmissione con funzioni ortogonali a impulsi rettangolari

continua esempio precedente

01001110

- $\varphi_k(t)$: funzioni-base
 - impulsi rettangolari di ampiezza unitaria e di durata: $T_b = \frac{T_0}{n} = 1 \text{ ms}$
- Con funzioni-base rettangolari, è sufficiente campionare la forma d'onda in un qualunque punto all'interno di ogni intervallo di bit

Velocità di bit

$$R = \frac{n}{T_0} = 1 \text{ kbit/s}$$

Velocità di simbolo

$$D = \frac{N}{T_0} = 1 \text{ kbaud}$$

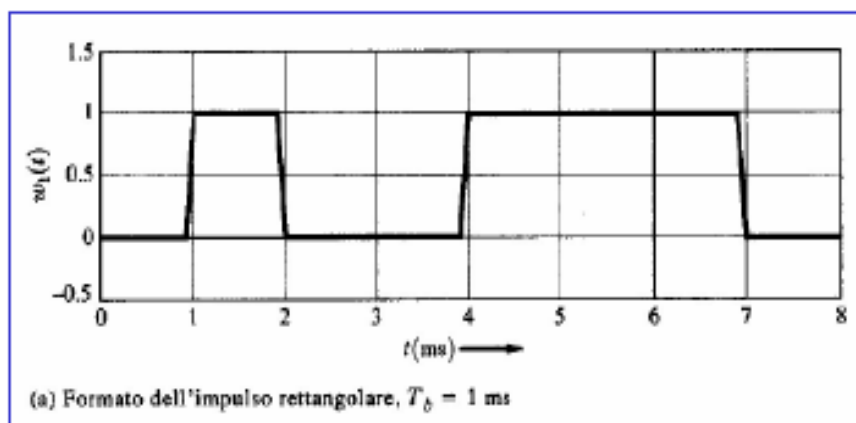
Limite inferiore di banda

$$B_{\text{inf}} = \frac{1}{2} D = 500 \text{ Hz}$$

Banda al primo nullo

$$B = \frac{1}{T_s} = D = 1000 \text{ Hz}$$

$$B_{\text{PCM}} = R = n f_s$$



Trasmissione con funzioni ortogonali $\text{sinc}(x)$

continua esempio precedente

01001110

$$\varphi_k(t) = \text{sinc}\left(\frac{t - kT_s}{T_s}\right)$$

- Dal teorema del campionamento, si può dimostrare che la **banda** richiesta dallo sviluppo basato su queste funzioni è **MINIMA**.

Velocità di bit

$$R = \frac{n}{T_0} = 1 \text{ kbit/s}$$

Velocità di simbolo

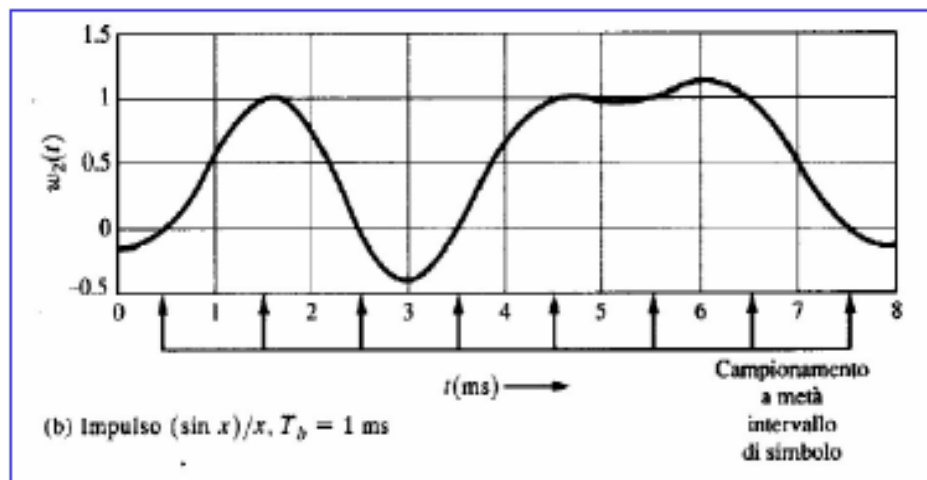
$$D = \frac{N}{T_0} = 1 \text{ kbaud}$$

Limite inferiore di banda

$$B_{\text{inf}} = \frac{1}{2} D = 500 \text{ Hz}$$

Banda effettiva

$$2W = \frac{1}{T_s} \quad B = \frac{1}{2T_s} = 500 \text{ Hz}$$





Trasmissione di dati digitali tramite segnali multilivello

❑ La banda del segnale binario può essere ridotta:

- diminuendo N
- cioè lasciando che i coefficienti w_k assumano più di due valori

$$L > 2$$

numero di livelli

- ## ❑ I dati multilivello sono ottenuti “mappando” ogni parola binaria a l bit, in uno tra $L=2^l$ livelli, tramite un convertitore digitale-analogico (DAC - Digital to Analog converter)

Segnali multilivello

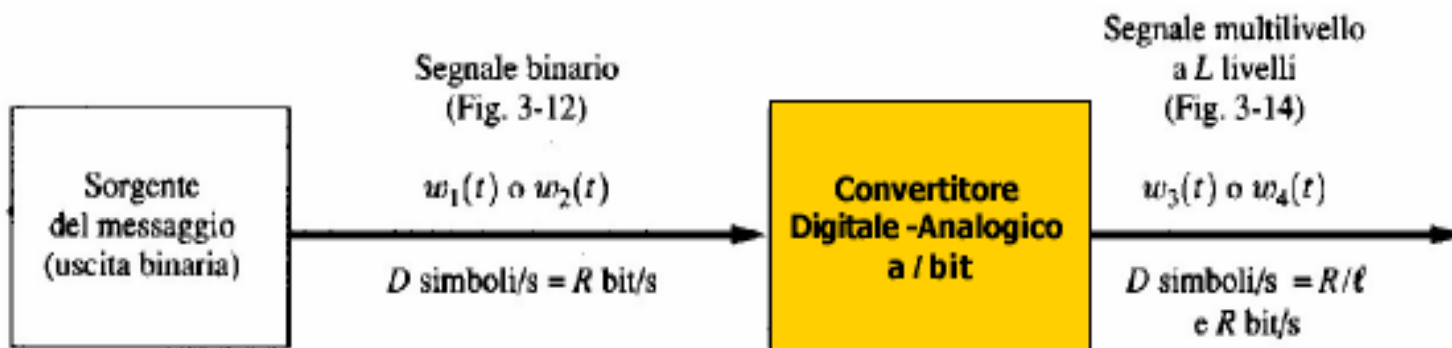
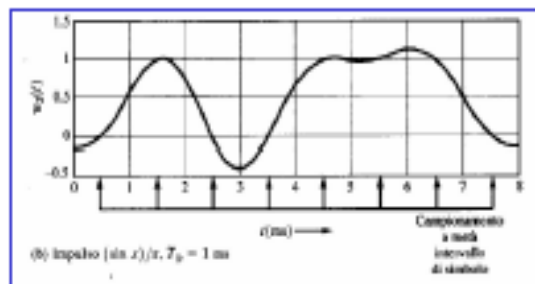
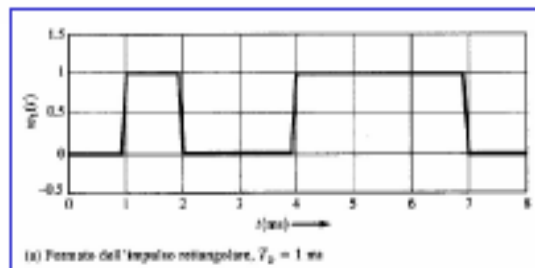


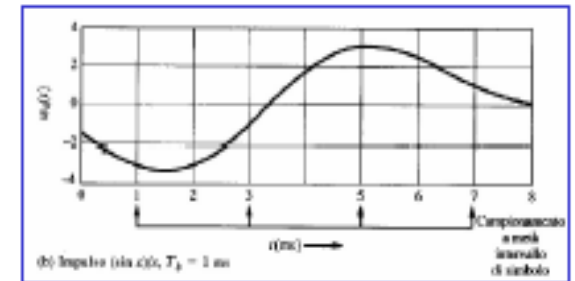
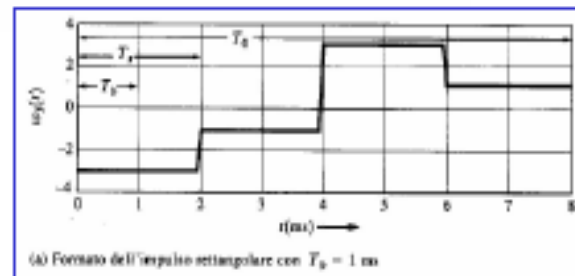
TABELLA 3-3 CONVERTITORE DIGITALE-ANALOGICO A 2 BIT.

Ingresso binario ($\ell = 2$ bit)	Livello del segnale in uscita (V)
11	+3
10	+1
00	-1
01	-3

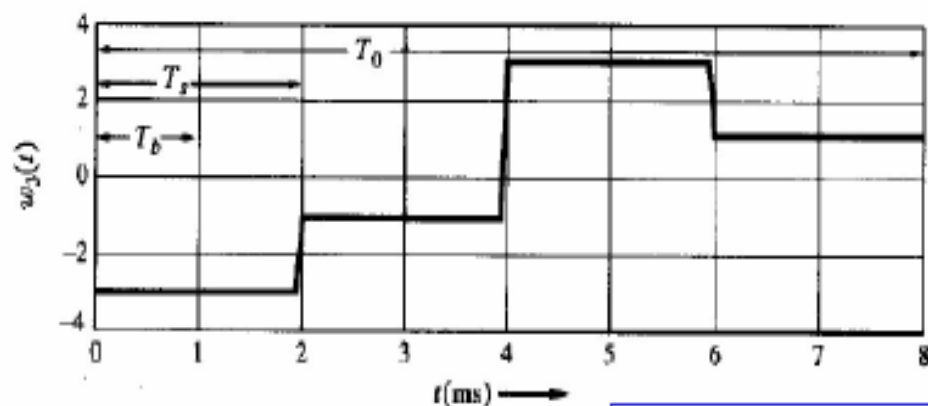
Rifare la tabella



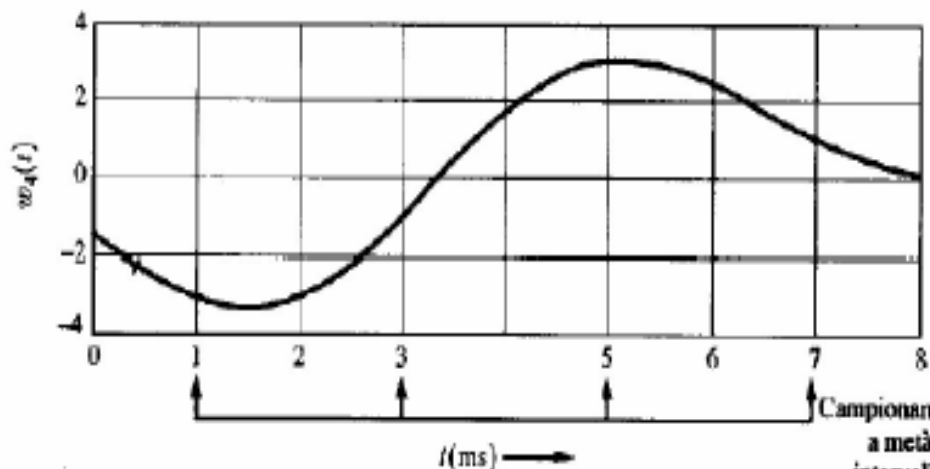
$$L = 2^\ell$$



Esempio: segnale multilivello a $L=4$ livelli



(a) Formato dell'impulso rettangolare con $T_b = 1$ ms



(b) Impulso $(\sin x)/x$, $T_b = 1$ ms

Campionamento
a metà
intervallo
di simbolo

Esempio: segnale multilivello a $L=4$ livelli

- **Esempio:** sorgente con $M=256$ messaggi possibili

usiamo: $l = 2 \text{ bit}$ $T_0 = 8 \text{ ms}$

- Vogliamo trasmettere il messaggio: 0 1 0 0 1 1 1 0

$$w_1 = -3 \quad w_2 = -1 \quad w_3 = +3 \quad w_4 = +1$$

Velocità di bit

$$R = \frac{n}{T_0} = \frac{l}{T_s} = 1 \text{ kbit/s}$$

Velocità di simbolo

$$D = \frac{N}{T_0} = \frac{1}{T_s} = 0.5 \text{ kbaud}$$

Banda al primo nullo
con impulso rettangolare

$$B = \frac{1}{T_s} = D = 500 \text{ Hz}$$

Banda
con impulso sinc(x)

$$B = \frac{N}{2T_0} = \frac{1}{2T_s} = \frac{D}{2} = 250 \text{ Hz}$$

TABELLA 3-3 CONVERTITORE DIGITALE-ANALOGICO A 2 BIT.

Ingresso binario ($l = 2 \text{ bit}$)	Livello del segnale in uscita (V)
11	+3
10	+1
00	-1
01	-3

Rifare la tabella

$N = 4$ dimensioni

$T_b = 1 \text{ ms}$

$T_s = \frac{T_0}{N} = 2 \text{ ms}$

$$R = l \cdot D$$



Esempio: segnale multilivello a $L=4$ livelli

□ Nota:

- la banda di ciascuno dei due segnali multilivello è pari alla metà di quella del corrispondente segnale binario con lo stesso tipo di impulso

□ In generale:

- un segnale a L livelli ha una **banda pari a $1/l$ della banda del corrispondente segnale binario**, dove:

$$l = \log_2(L)$$

- la riduzione di banda è dovuta al fatto che la velocità di simbolo del segnale multilivello si riduce di un fattore l rispetto a quella del segnale binario



Codici di linea e spettri

❑ **Codice di linea:**

- formato di segnalazione seriale per rappresentare i livelli del segnale PCM

❑ **Codici di linea binari**

- principali codici di linea binari
- spettri di potenza dei codici di linea binari
- codifica differenziale
- diagramma a occhio
- ripetitori di segnale

❑ **Codici di linea multilivello**

- spettro di potenza dei segnali NRZ polari multilivello
efficienza spettrale



Codici di linea e spettri

❑ Codice di linea binario:

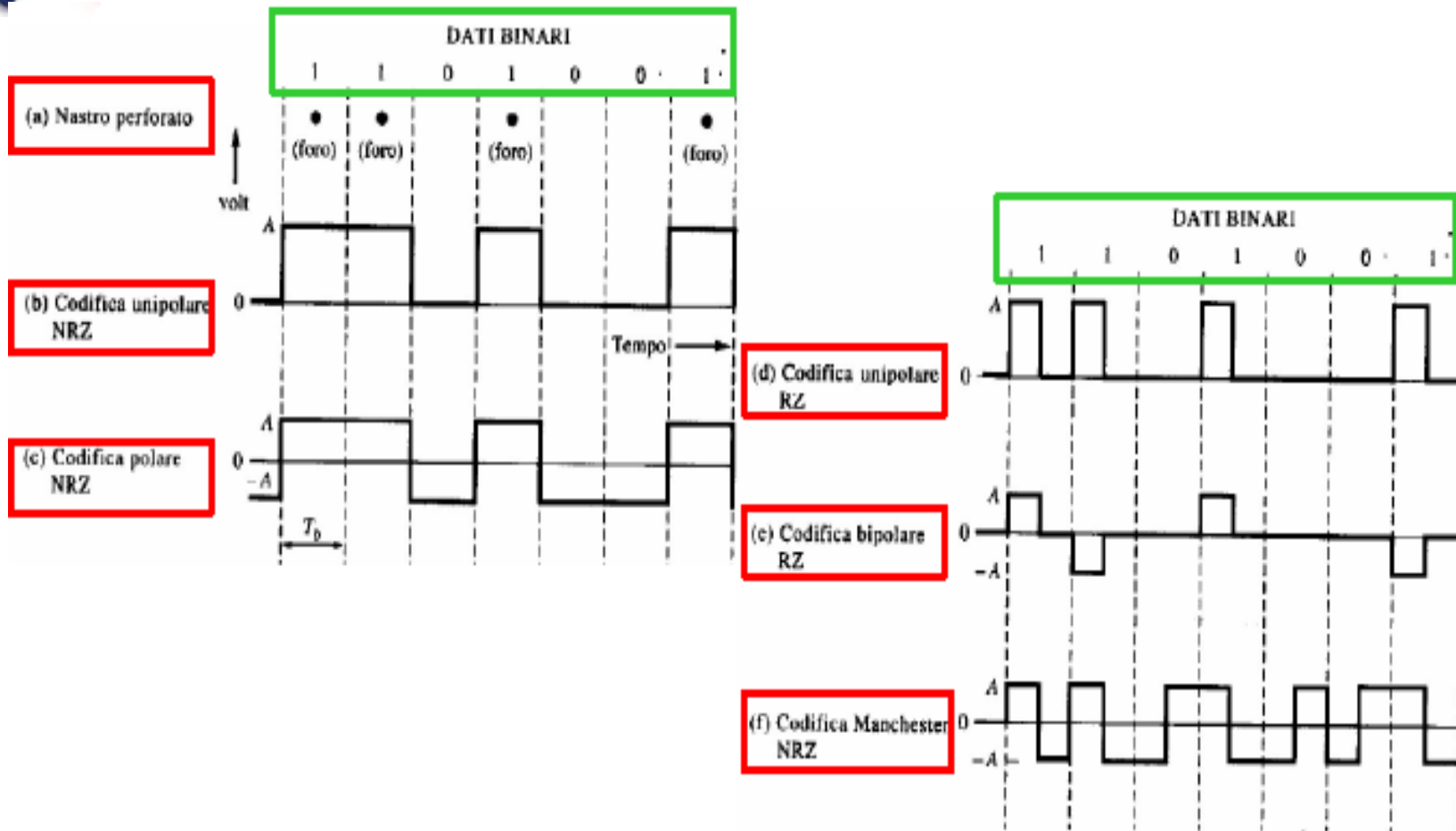
- formato di segnalazione seriale per rappresentare i livelli 0 e 1 del segnale PCM

❑ Codici di linea binari più diffusi:

- **con ritorno a zero** (RZ - Return to Zero)
 - codifica polare RZ
 - codifica bipolare RZ
- **senza ritorno a zero** (NRZ - No Return to Zero)
 - codifica unipolare NRZ
 - codifica polare NRZ
 - codifica Manchester NRZ



Formati di alcune segnalazioni binarie

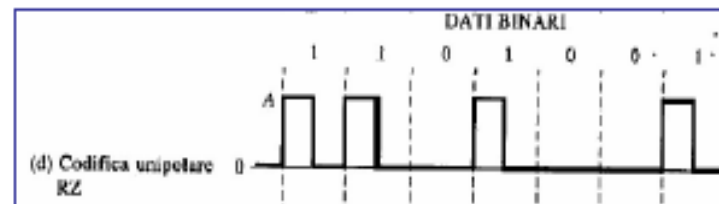
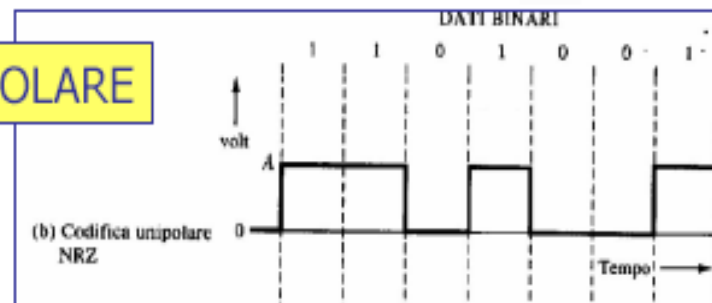


Codici di linea binari

■ Segnalazione unipolare:

- Simbolo "1" --> $+A$
- Simbolo "0" --> 0
- Chiamata anche *on-off keying*

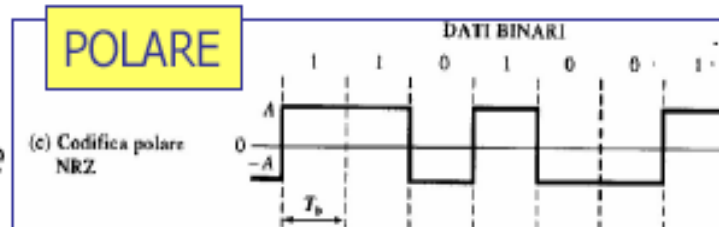
UNIPOLARE



■ Segnalazione polare:

- Simbolo "1" --> $+A$
- Simbolo "0" --> $-A$
- Chiamata anche *segnalazione antipodale*

POLARE

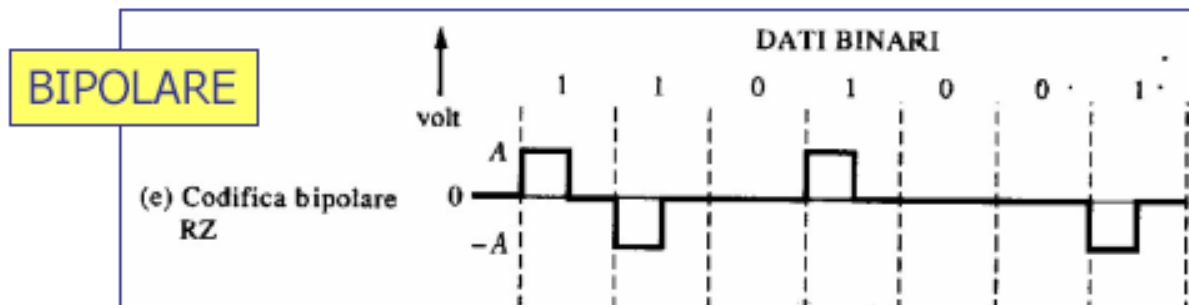




Codici di linea binari

❑ Segnalazione bipolare o pseudo-ternaria

- Simbolo "1" --> livello che alterna di volta in volta tra $+A$ e $-A$
- Simbolo "0" --> 0
- Chiamata anche AMI (Alternate Mark Inversion)



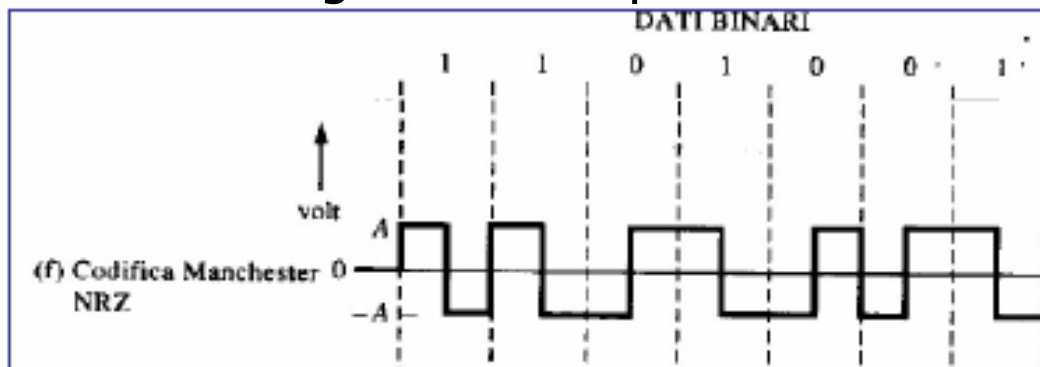
Codici di linea binari

❑ Segnalazione Manchester:

- Simbolo "1" --> successione di due impulsi $+A$ $-A$, di durata pari a metà bit
- Simbolo "0" --> successione di due impulsi $-A$ $+A$, di durata pari a metà bit
- Chiamata anche split -phase o bi-phase

❑ Nomenclatura:

- UNIPOLARE: segnalazione unipolare NRZ
- POLARE: segnalazione polare NRZ
- BIPOLARE: segnalazione bipolare RZ





Vantaggi e svantaggi dei diversi codici di linea binari

❑ **Unipolare NRZ**

- facilmente generata da circuiti con singola tensione di alimentazione (+5V dei circuiti TTL)
- ma richiede un accoppiamento in continua (circuiteria con risposta in frequenza fino a 0 Hz), poiché il relativo segnale ha una componente continua diversa da zero

❑ **Polare NRZ**

- non richiede accoppiamento in continua, purchè il segnale commuti frequentemente tra i livelli 0 e 1, e purchè il numero di 0 inviati sia mediamente uguale al numero di 1
- richiede circuiti ad alimentazione duale (+ e - intorno allo 0)

❑ **Manchester**

- presenta una componente a frequenza nulla che è sempre 0, indipendentemente dalla sequenza dati ma richiede una banda di frequenza doppia rispetto ai circuiti NRZ



Caratteristiche di un codice di linea ideale

❑ **Sincronizzabilità:**

- il codice contiene in sé informazioni riguardo alla temporizzazione dei bit (facilità di estrazione del clock)
- lunghe sequenze di 0 o di 1 non costituiscono un problema

❑ **Bassa probabilità di errore:**

- i decodificatori in ricezione dovrebbero fornire bassa probabilità di errore anche in presenza di rumore e di ISI (interferenza intersimbolica)

❑ **Banda:**

- dovrebbe essere la minima possibile

❑ **Capacità di rivelazione di errore:**

- dovrebbe fornire la capacità di rivelare a ricezione gli errori



Spettri di potenza dei codici di linea binari

■ Calcolo dello spettro di potenza:

- Approccio deterministico (se è nota a priori la forma d'onda del segnale)

- Approccio statistico (se sono note solo le statistiche del segnale)

Per i codici di linea

■ Si può dimostrare che:

- La densità spettrale di potenza per un segnale di cui è nota la funzione di autocorrelazione è:

$$\mathcal{P}(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j2\pi k f T_s}$$

$$T_s : \text{intervallo di simbolo} = \begin{cases} T_b & \text{per segnalazione binaria} \\ l \cdot T_b & \text{per segnalazione multilivello} \end{cases}$$



Spettri di potenza dei codici di linea binari

dove:

$f(t)$ impulso elementare

Per esempio, per la segnalazione binaria: $f(t) = \Pi\left(\frac{t}{T_b}\right)$

$F(f)$ TF dell'impulso elementare

$R(k)$ funzione di autocorrelazione della sequenza di dati

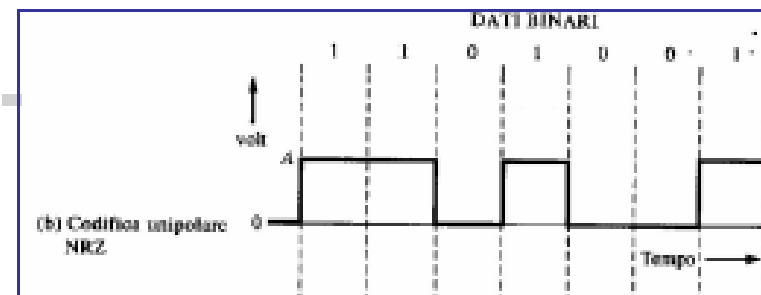
$$R(k) = E\{a_n a_{n+k}\} = \sum_{i=1}^I (a_n a_{n+k})_i P_i$$

I Numero di possibili coppie di simboli

P_i probabilità che il prodotto $a_n a_{n+k}$ assuma l' i -esimo valore possibile

Spettro di potenza del codice

NRZ unipolare



- Livelli possibili per gli a_n : $+A, 0$
- Supponiamo che siano equiprobabili, e che i dati siano statisticamente indipendenti

$$\text{per } k = 0 \Rightarrow (A, A), (0, 0) \Rightarrow I = 2$$

$$\text{per } k \neq 0 \Rightarrow (A, A), (0, 0), (A, 0), (0, A) \Rightarrow I = 4$$

Possibili coppie di simboli

$$R(0) = \sum_{i=1}^2 (a_n a_n)_i P_i = A \cdot A \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} A^2$$

$$R(k) = \sum_{i=1}^4 (a_n a_{n+k})_i P_i = A \cdot A \cdot \frac{1}{4} + 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{4} + 0 \cdot A \cdot \frac{1}{4} + A \cdot 0 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} A^2 \quad k \neq 0$$

Spettro di potenza del codice NRZ unipolare

- Quindi:

$$R(k) = \begin{cases} \frac{1}{2} A^2 & k = 0 \\ \frac{1}{4} A^2 & k \neq 0 \end{cases}$$

- Per impulsi NRZ rettangolari:

$$f(t) = \Pi\left(\frac{t}{T_b}\right) \xrightarrow{\text{TF}} F(f) = T_b \text{sinc}(f T_b)$$

$$T_s = T_b$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) &\equiv \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j2\pi k f T_s} = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left[1 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi k f T_b} \right] = \\ &= \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right] \end{aligned}$$

sviluppando in serie
di Fourier:

Spettro di potenza del codice NRZ unipolare



$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \left[\frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) + \frac{A^2}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

Teniamo conto che:

$$\text{sinc}(f T_b) = \begin{cases} 0 & f = \frac{n}{T_b}, n \neq 0 \\ 1 & f = 0 \end{cases}$$

$$\delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) = \begin{cases} 1 & f = \frac{n}{T_b} \\ 0 & f \neq \frac{n}{T_b} \end{cases}$$

per f multiple di $1/T_b$ si ha:

$$\text{sinc}(f T_b) = 0$$



$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = 0$$

per $f=0$

$$\text{sinc}(f T_b) = 1$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) = \delta(f)$$



$$\mathcal{P}_{\text{unipolare NRZ}}(0) = \frac{A^2}{4} [T_b + \delta(f)]$$

Spettro di potenza del codice NRZ unipolare

$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \left[\frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b) + \frac{A^2}{4} \text{sinc}^2(f T_b) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

$$\mathcal{P}_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \frac{A^2}{4} [T_b \text{sinc}^2(f T_b) + \delta(f)]$$

Condizione di normalizzazione di un
segnale NRZ unipolare

$$\left. \begin{array}{l} P = 1 \\ P = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{P}_w(f) df = \frac{A^2}{2} \end{array} \right\} \longrightarrow A = \sqrt{2}$$

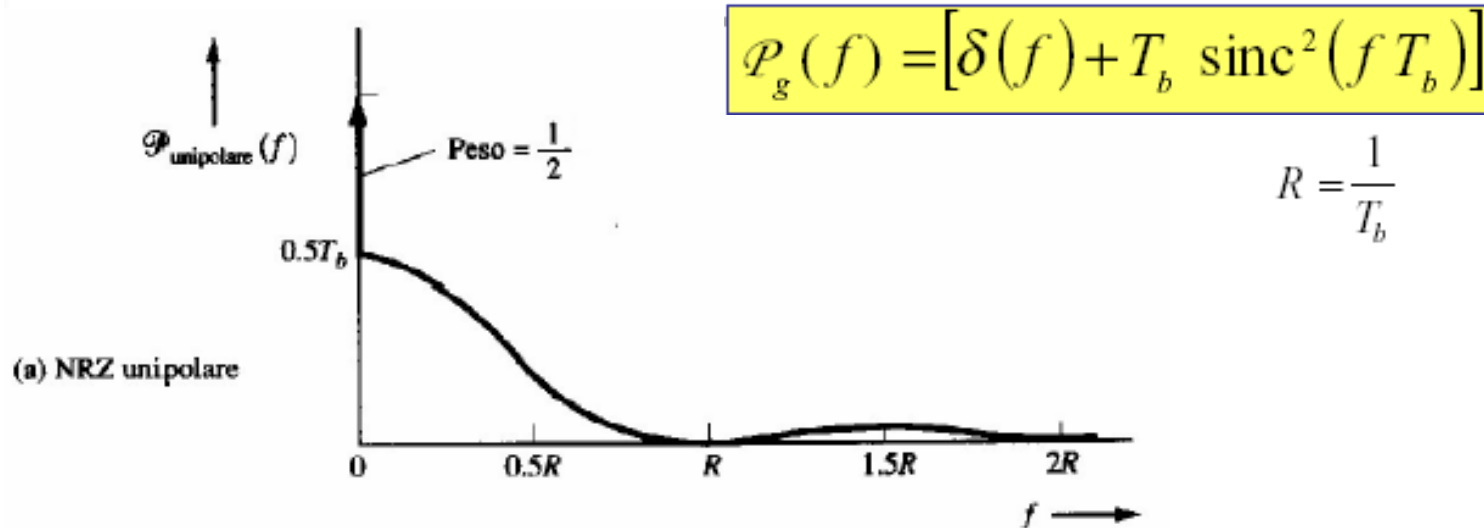
$$\mathcal{P}_g(f) = [\delta(f) + T_b \text{sinc}^2(f T_b)]$$

$$A = \sqrt{2}$$

condizione di
normalizzazione di un
segnale NRZ unipolare



Spettro di potenza del codice NRZ unipolare



❑ Svantaggio:

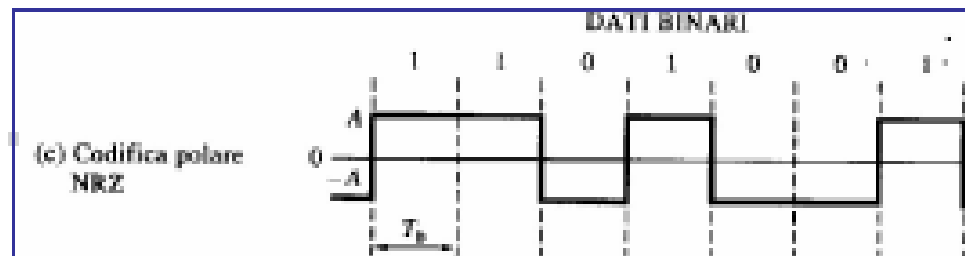
- spreco di potenza nella trasmissione della componente continua

❑ Vantaggio:

- facilità di generazione del segnale con circuiti elettronici ad alimentazione singola

Spettro di potenza del codice

NRZ polare



- Livelli possibili per gli a_n : $+A$, $-A$
- Supponiamo che siano equiprobabili, e che i dati siano statisticamente indipendenti

$$\text{per } k = 0 \Rightarrow (A, A), (-A, -A) \Rightarrow I = 2$$

$$\text{per } k \neq 0 \Rightarrow (A, A), (-A, -A), (A, -A), (-A, A) \Rightarrow I = 4$$

Possibili coppie di simboli consecutivi

$$R(k) = \begin{cases} A^2 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{P}_{\text{polareNRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b)$$

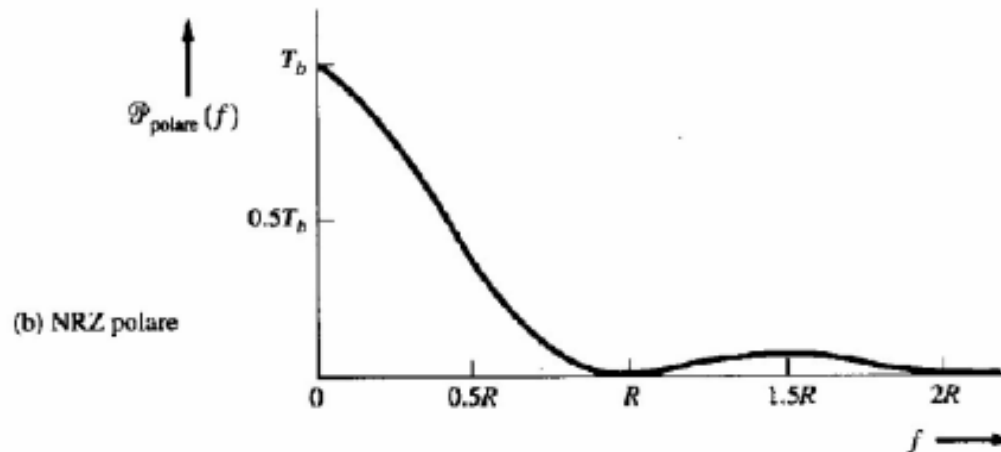
Condizione di normalizzazione di un segnale NRZ polare

$$A = 1$$



Spettro di potenza del codice NRZ polare

$$P_{\text{polareNRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b)$$



$$R = \frac{1}{T_b}$$

■ Svantaggio:

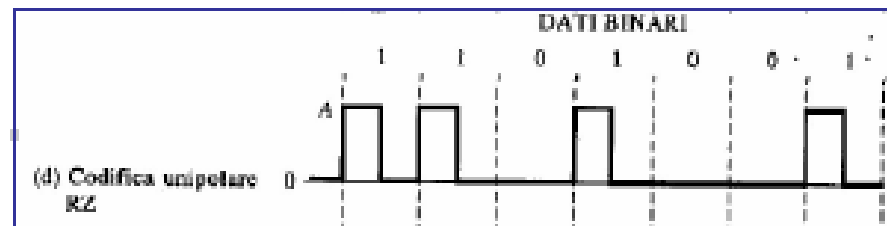
- componenti non trascurabili nell'intorno della frequenza nulla

■ Vantaggi:

- Facilità di generazione del segnale, anche se con circuiti elettronici ad alimentazione duale
- Alta robustezza agli errori

Spettro di potenza del codice

RZ unipolare



- Livelli possibili per gli a_n e funzione di autocorrelazione come l'NRZ unipolare

$$R(k) = \begin{cases} \frac{1}{2} A^2 & k = 0 \\ \frac{1}{4} A^2 & k \neq 0 \end{cases}$$

Durata dell'impulso: $\frac{T_b}{2}$



$$F(f) = \frac{T_b}{2} [\text{sinc}(f T_b / 2)]$$



Analogamente a prima si trova:

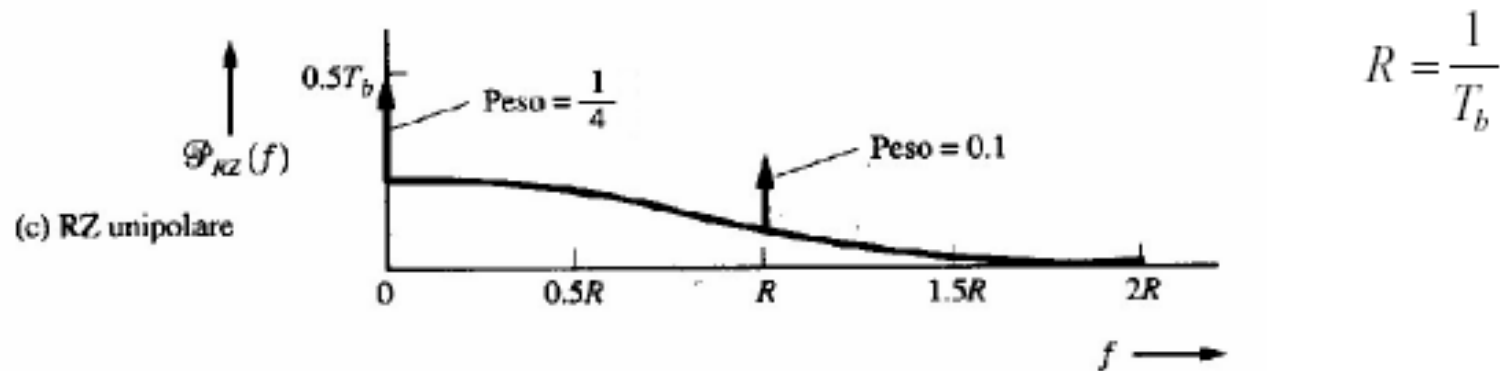
$$P_{\text{unipolarRZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{16} \text{sinc}^2\left(\frac{f T_b}{2}\right) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

Condizione di normalizzazione di un segnale RZ unipolare

$$A = 2$$

Spettro di potenza del codice RZ unipolare

$$P_{\text{unipolareNRZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{16} \text{sinc}^2\left(\frac{f T_b}{2}\right) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$



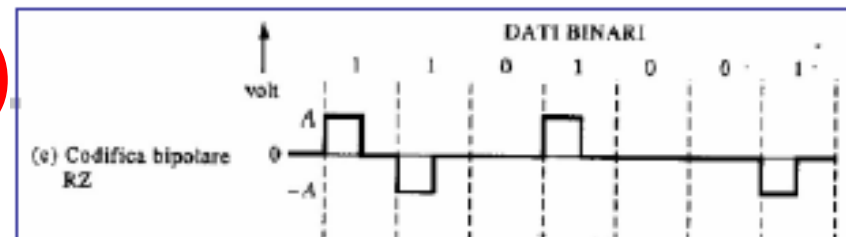
❑ Svantaggi:

- la banda al primo nullo è doppia rispetto al caso NRZ, dato che l'impulso base ha durata metà
- la componente continua dello spettro è ancora non trascurabile nell'intorno di $f=0$
- sono necessari 3 dB in più rispetto al formato polare per fornire la stessa probabilità di errore a parità di disturbo

❑ Vantaggio:

- componente discreta per $f=R$ che permette la sincronizzazione dei clock

Spettro di potenza del codice RZ bipolare (AMI)



- Livelli possibili per gli a_n : $+A, -A, 0$
- Supponiamo che siano equiprobabili, e che i dati siano statisticamente indipendenti

Durata dell'impulso: $\frac{T_b}{2}$

$$F(f) = \frac{T_b}{2} [\text{sinc}(f T_b / 2)]$$

Analogamente a prima si trova:

$$\mathcal{P}_{\text{bipolarRZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b / 2) \cdot \sin^2(\pi f T_b)$$

Condizione di normalizzazione di un
segnale RZ bipolare

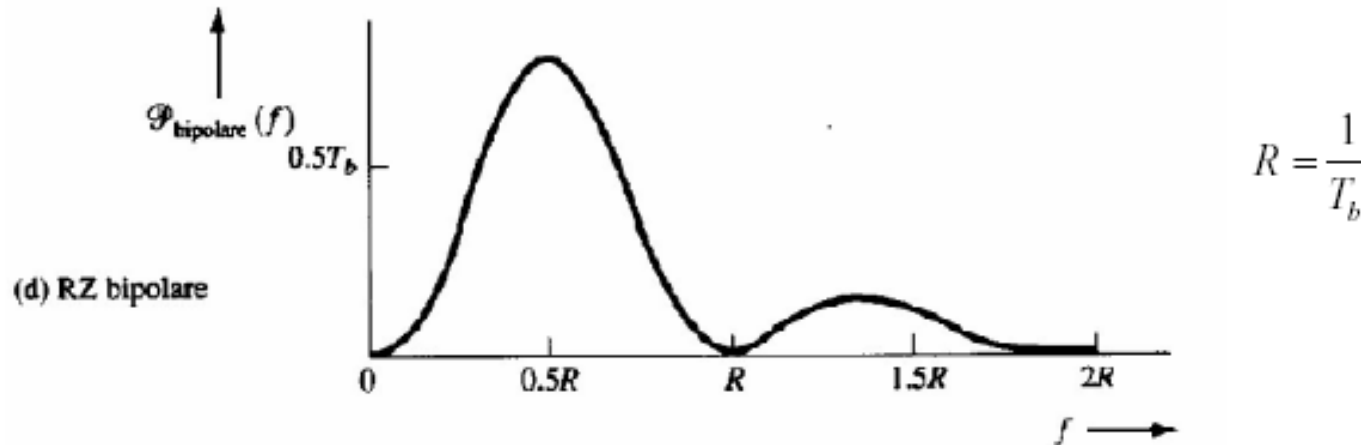
$$A = 2$$



Spettro di potenza del codice

RZ bipolare

$$\mathcal{P}_{\text{bipolare RZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b / 2) \cdot \sin^2(\pi f T_b)$$



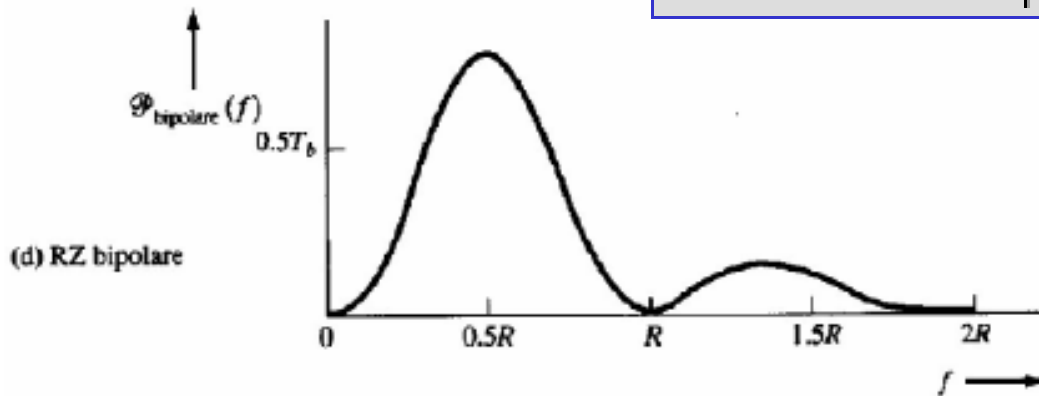
❑ Svantaggi:

- Il ricevitore deve distinguere tra 3 livelli, anziché tra 2. Quindi la probabilità di errore è più grande di un fattore 1.5 rispetto ai codici precedenti, e richiede quindi all'incirca 3 dB in più a parità di disturbo



Spettro di potenza del codice RZ bipolare

$$P_{\text{bipolare RZ}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(f T_b / 2) \cdot \sin^2(\pi f T_b)$$

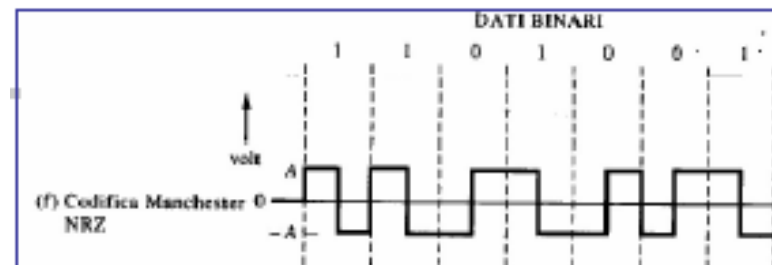


$$R = \frac{1}{T_b}$$

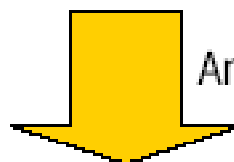
□ Vantaggi:

- Il codice bipolare ha un nullo in continua, e quindi il sistema di trasmissione può usare circuiti accoppiati in alternata
- È facile estrarre un segnale di temporizzazione, convertendo questo segnale in un RZ unipolare attraverso raddrizzamento a doppia semionda
- I segnali bipolari hanno un'intrinseca capacità di rivelare errori di trasmissione, poiché un errore singolo provoca una violazione della legge dell'alternanza

Spettro di potenza del codice NRZ Manchester



$$f(t) = \Pi\left(\frac{t + T_b/4}{T_b/2}\right) - \Pi\left(\frac{t - T_b/4}{T_b/2}\right) \xrightarrow{\text{TF}} F(f) = \frac{T_b}{2} \text{sinc}(f T_b/2) e^{j\pi T_b f/2} - \frac{T_b}{2} \text{sinc}(f T_b/2) e^{-j\pi T_b f/2}$$
$$= j T_b \text{sinc}(f T_b/2) \sin(\pi f T_b/2)$$



Analogamente a prima si trova:

$$\mathcal{P}_{\text{Manchester NRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b/2) \cdot \sin^2(\pi f T_b/2)$$

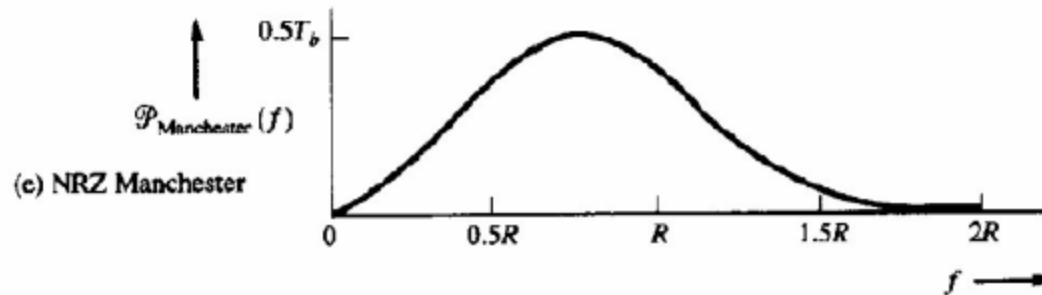
Condizione di normalizzazione di un
segnale NRZ Manchester

$$A = 1$$



Spettro di potenza del codice NRZ Manchester

$$\mathcal{P}_{\text{Manchester NRZ}}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(f T_b / 2) \cdot \sin^2(\pi f T_b / 2)$$



$$R = \frac{1}{T_b}$$

❑ Svantaggio:

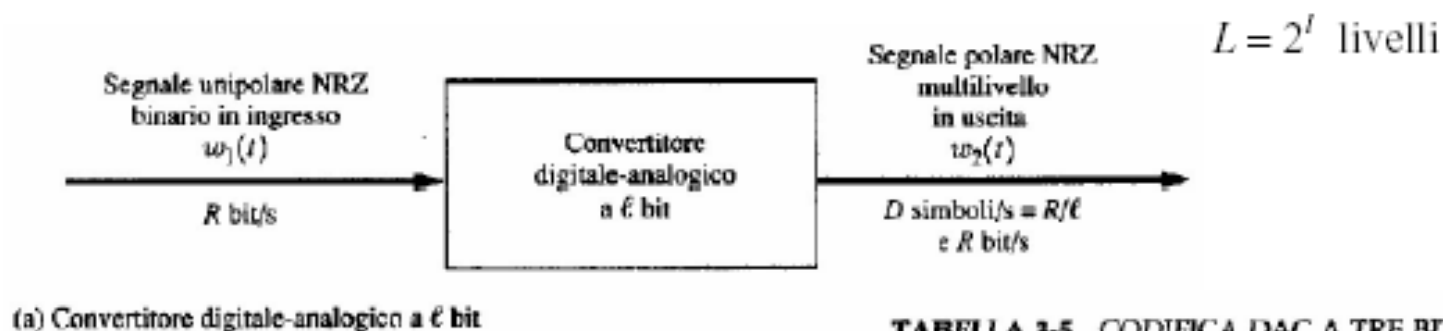
- La banda al primo nullo è doppia rispetto al caso del formato bipolare

❑ Vantaggi:

- Nullo nell'origine (non ha componente continua)
- Lunghe stringhe di 0 non causano perdita del sincronismo

Codice di linea NRZ polare multilivello

❑ Conversione (segnale binario) --> (segnale multilivello)



■ Esempio: codifica DAC a 3 bit

TABELLA 3-5 CODIFICA DAC A TRE BIT

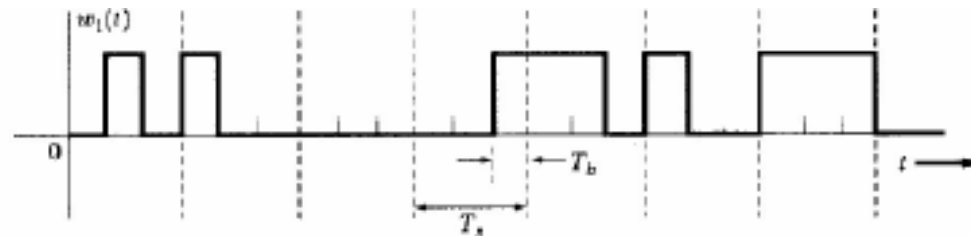
Ingresso digitale	Livello tensione di uscita $(a_n)_i$
000	+7
001	+5
010	+3
011	+1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7



Codice di linea NRZ polare multilivello

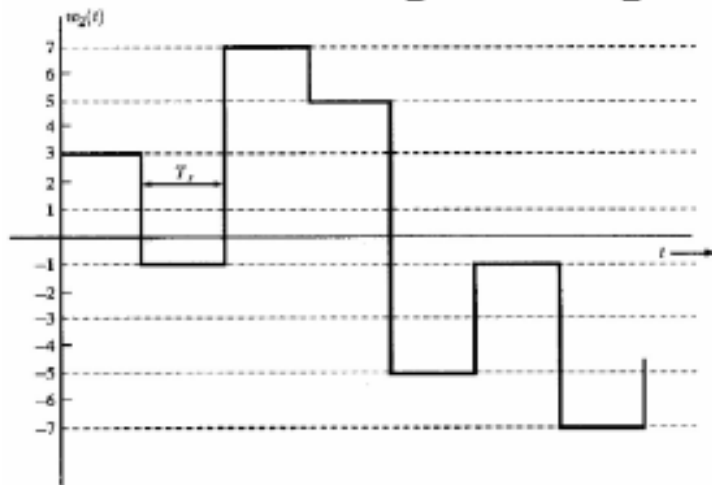
- Se consideriamo ad esempio, il seguente segnale di ingresso binario:

000	+7
001	+5
010	+3
011	+1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7



(b) Segnale binario di ingresso, $w_1(t)$

- otterremo il seguente segnale polare NRZ con $L=8$ livelli:



(c) Segnale polare NRZ in uscita con $L=8=2^3$

Velocità di simbolo

$$D = \frac{R}{l}$$

Limite inferiore di banda

$$B_{\text{inf}} = D/2$$

Densità spettrale di potenza per segnali NRZ polari multilivello

- Consideriamo l'esempio di $L=2^3=8$ livelli

Funzione di autocorrelazione

000	+7
001	+5
010	+3
011	+1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7

$$R(k) = \begin{cases} \sum_{t=1}^8 (a_n)_t^2 \cdot P_t = \frac{1}{8} \sum_{t=1}^8 (a_n)_t^2 = 2 \cdot \frac{49+25+9+1}{8} = 21 & \text{se } k=0 \\ 0 & \text{se } k \neq 0 \end{cases}$$



$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} (21 + 0)$$

per un impulso rettangolare
di durata $T_s = 3T_b$

$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = 63 T_b \operatorname{sinc}^2(3f T_b)$$

$$F(f) = T_s \operatorname{sinc}(f T_s) = 3T_b \operatorname{sinc}(3f T_b) \quad |F(f)|^2 = (3T_b)^2 \operatorname{sinc}^2(3f T_b)$$



Densità spettrale di potenza per segnali NRZ polari multilivello

$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = 63 T_b \operatorname{sinc}^2(3 f T_b)$$

In generale, per $L=2^l$ livelli:

$$\mathcal{P}_{w_2}(f) = K_b \operatorname{sinc}^2(l f T_b)$$

Banda al primo nullo:

$$B_{null} = R/l$$

K_b : costante opportuna

$$R = \frac{1}{T_b}$$



Efficienza spettrale

□ Definizione:

- L'efficienza spettrale di un segnale digitale è pari al numero di bit al secondo di informazione che possono essere trasmessi nella banda di un 1 Hz:

$$\eta = \frac{R}{B} \text{ (bit/sec)/Hz}$$

□ Obiettivo per la progettazione di un sistema di telecomunicazioni:

- scegliere il codice di linea che massimizza h

□ L'efficienza spettrale è anche limitata dal rumore di canale:

$$\eta_{\max} = \frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

Formula di Shannon

□ ■ Efficienza spettrale del codice NRZ polare a $L=2l$ livelli:

$$\eta = \frac{R}{B} = \frac{R}{R/l} \longrightarrow \eta = l \text{ (bit/sec)/Hz}$$



Riassumendo ...

TABELLA 3-6 EFFICIENZA SPETTRALE DI ALCUNI CODICI DI LINEA

Tipo di codifica	Frequenza del primo nullo (Hz)	Efficienza spettrale $\eta = R/B$ [(bit/s)/Hz]
Unipolare NRZ	R	1
Polare RZ	R	1
Unipolare RZ	$2R$	$\frac{1}{2}$
Bipolare RZ	R	1
Manchester NRZ	$2R$	$\frac{1}{2}$
Polare multilivello NRZ	R/ℓ	ℓ



Diagramma a occhio

❑ **Scopo del diagramma a occhio:**

- visualizzazione all'oscilloscopio degli effetti di filtraggio di canale e/o di disturbi
- visualizzazione all'oscilloscopio in passate multiple comandate da impulsi di clock; l'ampiezza dell'asse dei tempi è leggermente maggiore di un intervallo di simbolo

❑ **In condizioni di buon funzionamento:**

- i vari spezzoni del segnale sono ben distanziati
- l'occhio è aperto

❑ **In presenza di molta ISI o di rumore:**

- i vari spezzoni del segnale si avvicinano
- l'occhio tende a chiudersi



Diagramma a occhio

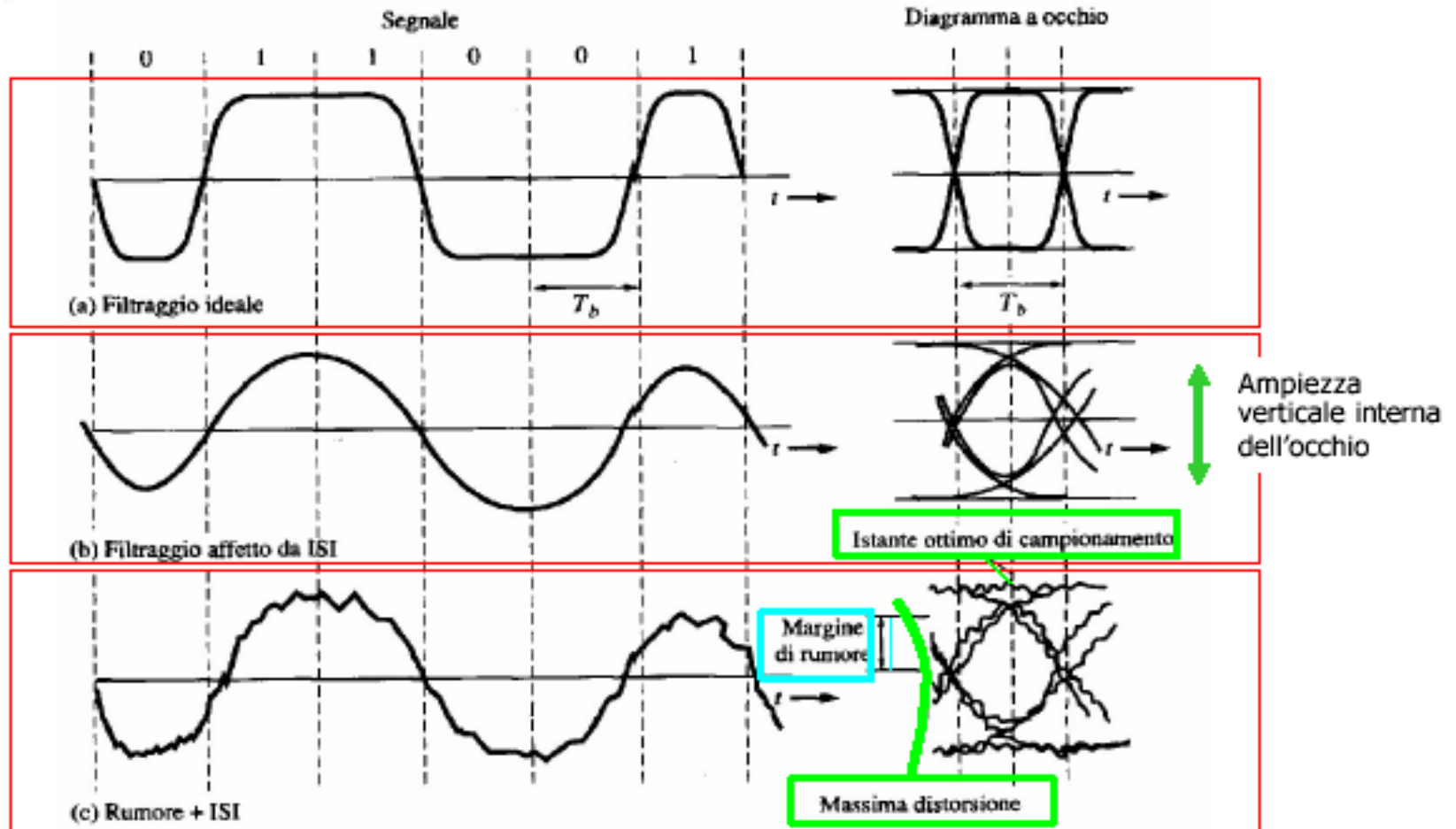
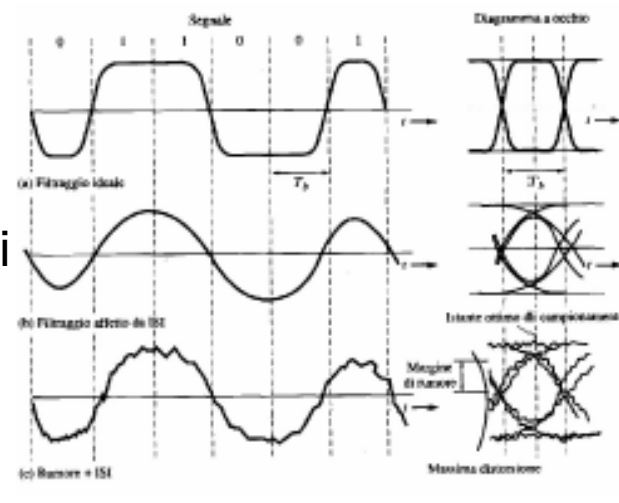


Diagramma a occhio

- ❑ **In condizioni di buon funzionamento:**
 - i vari spezzoni del segnale sono ben distanziati
 - l'occhio è aperto
- ❑ **In presenza di molta ISI o di rumore:**
 - i vari spezzoni del segnale si avvicinano
 - l'occhio tende a chiudersi
- ❑ **Informazioni fornite dal diagramma a occhio:**



Ampiezza orizzontale all'interno dell'occhio,
chiamata apertura orizzontale
[ISI determina una chiusura dell'occhio]

MARGINE DI TEMPO:
Errore di sincronismo tollerabile
in ricezione

È presente ISI se l'occhio non è ben definito
ma è attraversato da archi di curve

Presenza di ISI

Apertura verticale dell'occhio

Margine di rumore del sistema



Diagramma a occhio

- ❑ **È presente ISI se l'occhio non è ben definito, ma viene attraversato da archi di curve**
- ❑ **Margine di tempo: apertura orizzontale dell'occhio**
 - Poichè al ricevitore non sarà mai possibile avere una sincronizzazione perfetta con il trasmettitore, il campionamento avverrà in istanti di tempo non coincidenti con quelli degli impulsi di Nyquist. Se tale sfasamento temporale è minore del margine di tempo, il campionamento non introdurrà errore; è quindi opportuno limitare questo sfasamento entro il limite imposto dal margine di tempo.
 - Si può dimostrare che, quando il **roll-off** è nullo, l'occhio è completamente chiuso. È per questo che generalmente si utilizzano filtri con roll-off di valore intermedio, per non occupare una banda eccessiva, ma al tempo stesso non richiedere una sincronizzazione troppo accurata.



Diagramma a occhio

❑ **Margine di ampiezza: apertura verticale dell'occhio**

- questo parametro indica quanto è robusto il sistema rispetto ad un canale rumoroso
- Infatti, in presenza di rumore le curve che compongono il diagramma ad occhio non passeranno perfettamente per i valori di tensione trasmessi, ma per valori a questi tanto meno prossimi quanto maggiore è la potenza di rumore.

❑ Questo fa sì che il margine di ampiezza diminuisca e l'occhio si chiuda verticalmente.

- Quando la potenza di rumore è tale che l'occhio è completamente chiuso, non sarà più possibile recuperare l'informazione trasmessa



Diagramma a occhio

□ Esempio:

- rumore bianco e membro di un processo gaussiano stazionario ergodico con valore atteso nullo e **varianza 0.2**

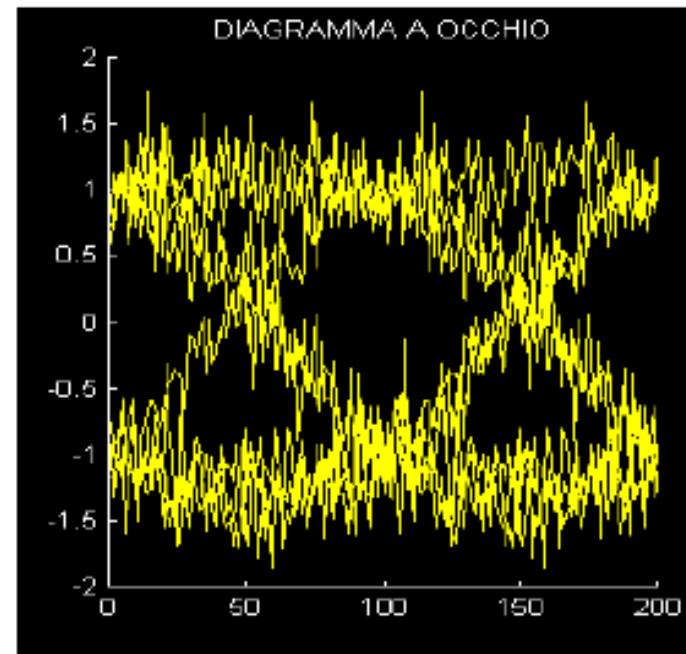
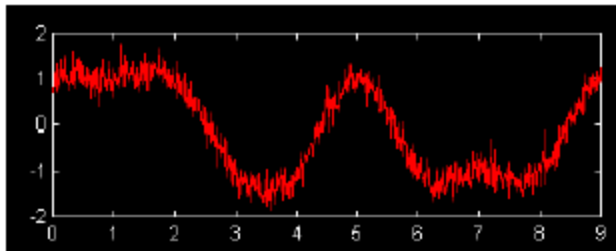




Diagramma a occhio

□ Esempio:

- rumore bianco e membro di un processo gaussiano stazionario ergodico con valore atteso nullo e **varianza 0.5**

