



Corso di Sistemi Telematici a.a. 2014-2015

Concetti ed esercizi su **modulazione**

27-11-2014
Ing. P. Fazio

MODULAZIONE

Si tratta di modulare una portante sinusoidale mediante un segnale (analogico o digitale) in banda base; la notazione fondamentale è:

$$s(t) = \operatorname{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \},$$

$$g(t) = x(t) + jy(t) = R(t)e^{j\phi(t)}$$

in cui $\omega_c = 2\pi f_c$, con f_c frequenza portante e $g(t)$ inviluppo complesso.

Il tipo di segnale modulato desiderato $s(t)$ è ottenuto in base alla particolare funzione $g[m(t)]$, con $m(t)$ segnale modulante in banda base.

Lo spettro d'ampiezza del segnale modulato è:

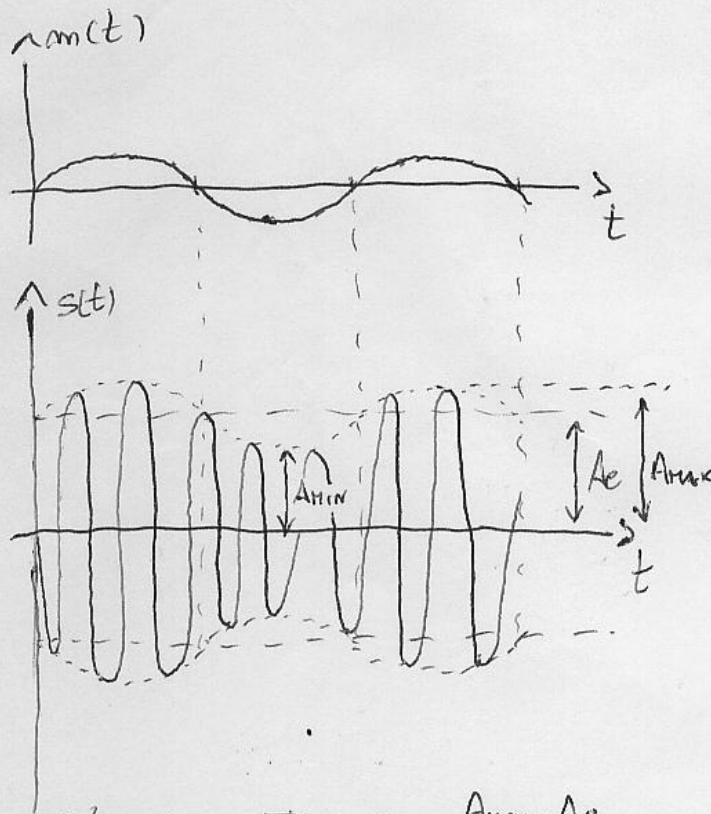
$$S(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)],$$

$$G(f) = \mathcal{F}[g(t)]$$

mentre la PSD è:

$$\operatorname{PSD}_s(f) = \frac{1}{4} [\operatorname{PSD}_g(f - f_c) + \operatorname{PSD}_g(-f - f_c)].$$

MODULAZIONE D'AMPIEZZA



$$g(t) = A_c [1 + m(t)]$$

$$s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t,$$

in cui A_c determina il livello di potenza.

Se $m(t)$ ha picchi ± 1 il segnale m è modulato al 100%, altrimenti:

$$\% \text{ mod. positiva AM} = \frac{A_{\max} - A_c}{A_c} \times 100 = \max[m(t)] \times 100$$

$$\% \text{ mod. negativa AM} = \frac{A_c - A_{\min}}{A_c} \times 100 = -\min[m(t)] \times 100$$

La potenza media normalizzata del segnale AM è:

$$\langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 + A_c^2 \langle m(t) \rangle + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle$$

$$\langle s^2(t) \rangle = \underbrace{\frac{1}{2} A_c^2}_{\text{POTENZA DELLA PORTANTE}} + \underbrace{A_c^2 \langle m(t) \rangle + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle}_{\text{POTENZA DELLE BANDE LATERALI}}$$

L'efficienza di modulazione è:

$$E = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{1 + \langle m^2(t) \rangle} \times 100$$

La potenza di picco è:

$$P_{\text{PEP}} = \frac{A_c^2}{2} \left\{ 1 + \max[m(t)] \right\}^2$$

Lo spettro del segnale AM è:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [S(f-f_c) + M(f-f_c) + S(f+f_c) + M(f+f_c)],$$

che si vede essere una versione traslata dello spettro del segnale modulante, cui si somma una funzione δ relativa alla componente spettrale della portante, quindi la banda del segnale modulato è doppia rispetto a quella del segnale modulante in b.b.

MODULAZIONE DSB-SC

Si parla di segnale a doppie bande laterali, con portante soppressa, quando il segnale AM viene tolta la portante, cioè:

$$s(t) = A_c \underbrace{m(t)}_{g(t)} \cos \omega_c t$$

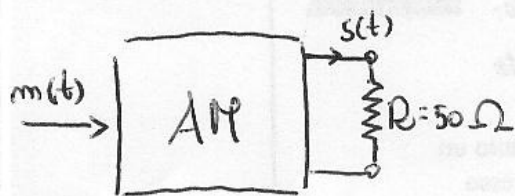
con:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$

Per i segnali DSB-SC si ha $\langle m(t) \rangle = 0$ e lo spettro è identico a quello dell'AM, eccetto le componenti $\delta \omega \neq f_c$

ESEMPIO)

Un trasmettitore AM è collegato con un segnale sinusoidale e un carico di 50Ω ; la portante è alla ^{frequenza} portante di 850 kHz e la potenza di trasmissione è 500 W ; il segnale sinusoidale è alla frequenza di 1000 Hz e utilizza una modulazione di 90% .



a) calcolare e scrivere l'espressione della tensione ai capi del carico:

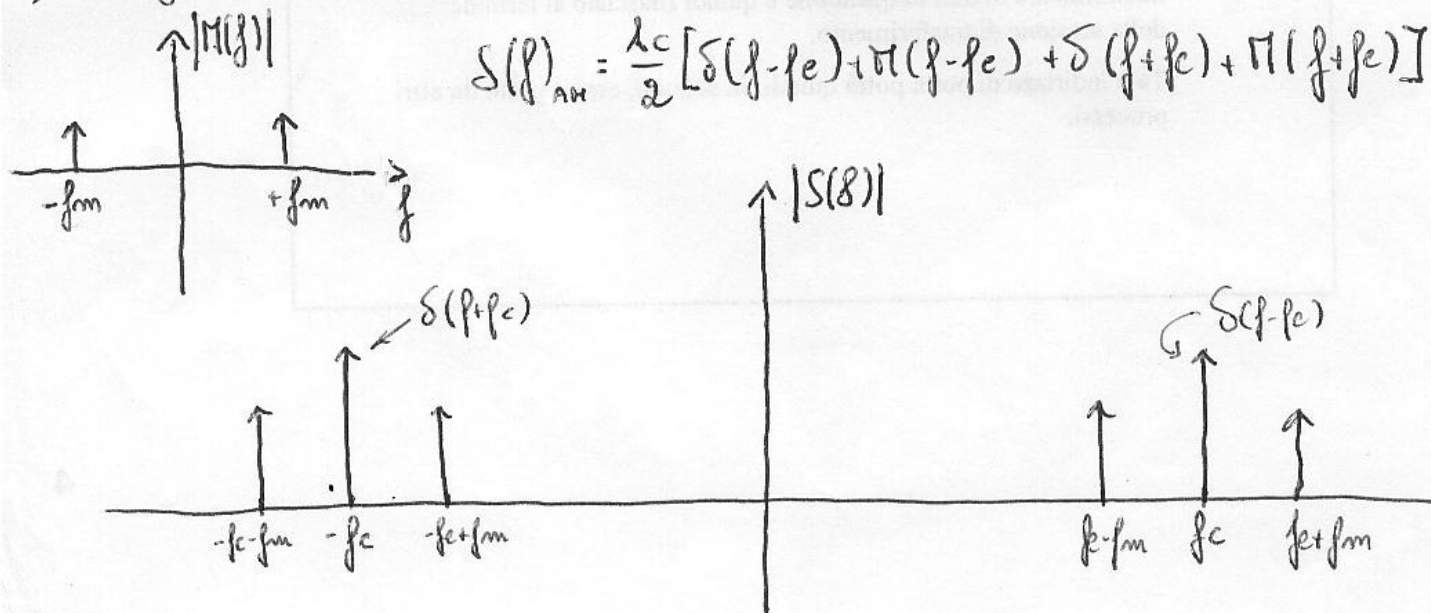
per la modulazione AM si ha: $s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$; poiché:
 $f_c = 850 \text{ kHz} \Rightarrow \omega_c = 2\pi \cdot 850 \cdot 1000 \text{ rad/s}$; il valore di A_c si può calcolare considerando l'espressione della potenza (non normalizzata poiché il carico è diverso da 1Ω) in assenza di modulazione, cioè quella dissipata sul carico per la sola portante, cioè $P_p = \frac{1}{2} A_c^2 / R$, quindi: $5000 = \frac{1}{2} A_c^2 / 50 \Rightarrow \boxed{A_c = 707,107 \text{ V}}$

Poiché conosciamo la forma di $m(t)$, ovvero $m(t) = A \sin 2\pi \cdot f_m t$ con $f_m = 1000 \text{ Hz}$ e $A = 0.9$ (dato che la modulazione è del 90%), avremo:

$$\boxed{s(t) = 707,107 \cdot [1 + 0.9 \sin 2\pi \cdot 1000 t] \cos 2\pi \cdot 850 \cdot 1000 t}$$

Senza modulazione la tensione di picco coincide con A_c , mentre con la modulazione si ha $s_{\max}(t) = A_c [1 + 0.9] \approx 1343,5 \text{ V}$.

b) disegnare lo spettro di $s(t)$: dalle tabelle si ha:



$$S(f)_{AM} = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + m(f - f_c) + \delta(f + f_c) + m(f + f_c)]$$

c) potenza media dissipata nel carico di prova

$$P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} + \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \cdot \langle m^2(t) \rangle$$

per cui: $P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \left[1 + 0.9^2 \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{500000}{50} \cdot 1.405 =$

$= 7025 \text{ W}$

d) la potenza di picco: $P_{PEP} = \frac{A_c^2}{2R} \left\{ 1 + \max[m(t)] \right\}^2 = \frac{500000}{2 \cdot 50} \left\{ 1 + 0.9 \right\}^2 = 18050 \text{ W}$

Il termine $A_c \langle m(t) \rangle$ si trascura dato che $\langle m(t) \rangle = 0$ se $m(t)$ sinusoidale

ESERCIZIO)

Consideriamo un segnale $s(t)$ di tipo DSB-SC di ampiezza 40V; nel caso in cui la modulante abbia una forma di tipo sinusoidale con $\omega_0 = 7536 \text{ rad/sec}$ e $A_0 = 1V$, $f_c = 4\text{MHz}$, calcolare:

a) lo spettro esatto di $s(t)$: per la modulazione DSB-SC si ha $s(t) = g(t) \cos \omega_c t$ e $g(t) = A_c m(t)$, con $S(f) = \frac{1}{2} A_c [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$; dai dati in ingresso si ha:
 $m(t) = A_0 \sin \omega_0 t = 1 \cdot \sin 7536 t \xrightarrow{\mathcal{F}} M(f) = \mathcal{F} \frac{A_0}{2} [\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0)]$, perciò:

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c \cdot \mathcal{F} \cdot \frac{1}{2} A_0 [\delta(f - f_c + f_0) - \delta(f - f_c - f_0) + \delta(f + f_c + f_0) - \delta(f + f_c - f_0)]$$

Con $A_c = 40$, $A_0 = 1$, $f_c = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$ ed $f_0 = 7536 / 2\pi = 1200 \text{ Hz} = 1.2 \times 10^3 \text{ Hz}$.