

MODULAZIONE

2010

Si tratta di modulare una portante sinusoidale mediante un segnale (analogico o digitale) in banda base; la notazione fondamentale è:

$$s(t) = \operatorname{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \}, \quad g(t) = x(t) + jy(t) = R(t)e^{j\theta(t)}$$

in cui $\omega_c = 2\pi f_c$, con f_c frequenza portante e $g(t)$ inviluppo complesso.

Il tipo di segnale modulato desiderato $s(t)$ è ottenuto in base alla particolare funzione $g[m(t)]$, con $m(t)$ segnale modulante in banda base.

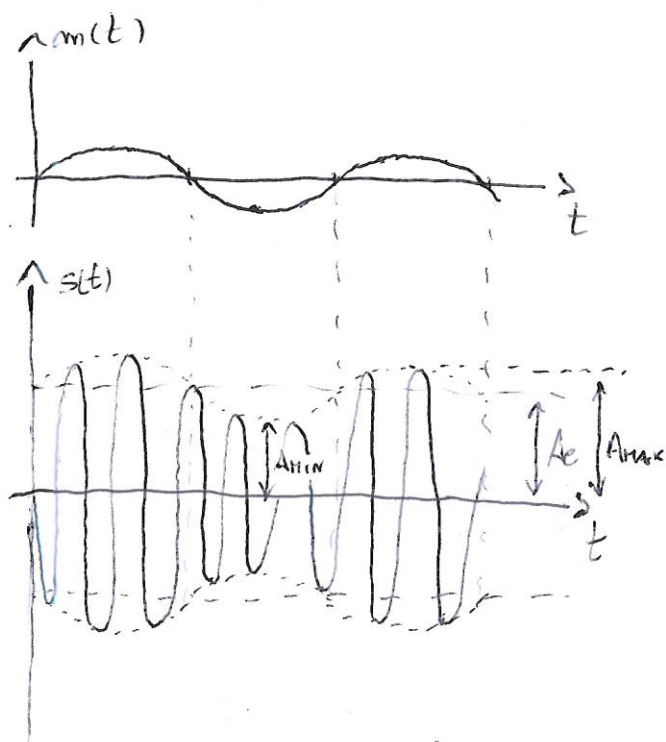
Lo spettro d'ampiezza del segnale modulato è:

$$S(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)], \quad G(f) = \mathcal{F}[g(t)]$$

mentre la PSD è:

$$PSD_s(f) = \frac{1}{4} [PSD_g(f - f_c) + PSD_g(-f - f_c)]$$

MODULAZIONE D'AMPIEZZA



$$g(t) = A_c [1 + m(t)]$$

$$s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$$

in cui A_c determiniamo il livello di potenza.

Se $m(t)$ ha picchi ± 1 il segnale risulta modulato al 100%, altrimenti:

$$\frac{A_{\max} - A_c}{A_c}$$

$$\% \text{ mod. positiva AM} = \frac{A_{\max} - A_c}{A_c} \times 100 = \max[m(t)] \times 100$$

$$\% \text{ mod. negativa AM} = \frac{A_c - A_{\min}}{A_c} \times 100 = -\min[m(t)] \times 100$$

2010

La potenza media normalizzata del segnale AM è:

$$\langle x \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x dt$$

$$\langle s^2(t) \rangle = \underbrace{\frac{1}{2} A_c^2}_{\text{POTENZA DELLA PORTANTE}} + A_c^2 \langle m(t) \rangle + \underbrace{\frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle}_{\text{POTENZA DELLE BANDE LATERALI}}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

L'efficienza di modulazione è:

$$E = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{1 + \langle m^2(t) \rangle} \times 100$$

La potenza di picco è:

$$P_{PEP} = \frac{A_c^2}{2} \left\{ 1 + \max[m(t)] \right\}^2$$

Lo spettro del segnale AM è:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [S(f-f_c) + M(f-f_c) + S(f+f_c) + M(f+f_c)]$$

Se si vuole avere una versione traslata dello spettro del segnale modulante, cui si somma una funzione δ relativa alla componente spettrale della portante, quindi la banda del segnale modulato è doppia rispetto a quella del segnale modulante in b.b.

MODULAZIONE DSB-SC

Si parla di segnale a doppia banda laterale, con portante soppressa, quando al segnale AM viene tolta la portante, cioè:

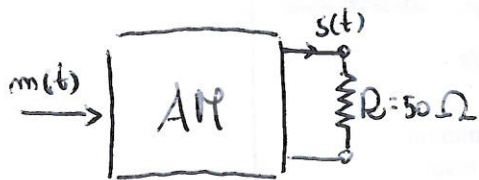
$$s(t) = \underbrace{A_c m(t)}_{g(t)} \cos \omega_c t$$

Con:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f-f_c) + M(f+f_c)]$$

Per i segnali DSB-SC si ha $\langle m(t) \rangle = 0$ e lo spettro è identico a quello dell'AM, eccetto le componenti δ in $\pm f_c$

Un trasmettitore AM è collegato con un segnale sinusoidale e un carico di 50Ω ; la portante è della ^{frequenza} portante di 850 kHz e la potenza di trasmissione è 5000 W ; il segnale sinusoidale è della frequenza di 1000 Hz e realizza una modulazione del 90% .



a) calcolare e scrivere l'espressione della tensione ai capi del carico:

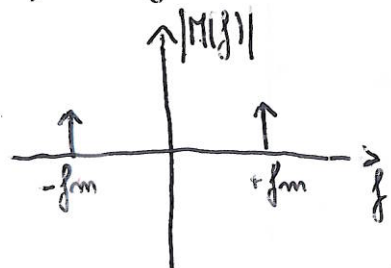
per la modulazione AM si ha: $s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$; poiché:
 $f_c = 850 \text{ kHz} \Rightarrow \omega_c = 2\pi \cdot 850 \cdot 1000 \text{ rad/sec}$; il valore di A_c si può calcolare considerando l'espressione della potenza (non normalizzata poiché il carico è diverso da 1Ω) in assenza di modulazione, cioè quella dissipata sul carico per la portante, cioè $P_p = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R}$, quindi: $5000 = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{50} \Rightarrow \boxed{A_c = 707,107 \text{ V}}$

Poiché conosciamo la forma di $m(t)$, ovvero $m(t) = A \sin 2\pi \cdot f_m t$ con $f_m = 1000 \text{ Hz}$ e $A = 0.9$ (dato che la modulazione è del 90%), avremo:

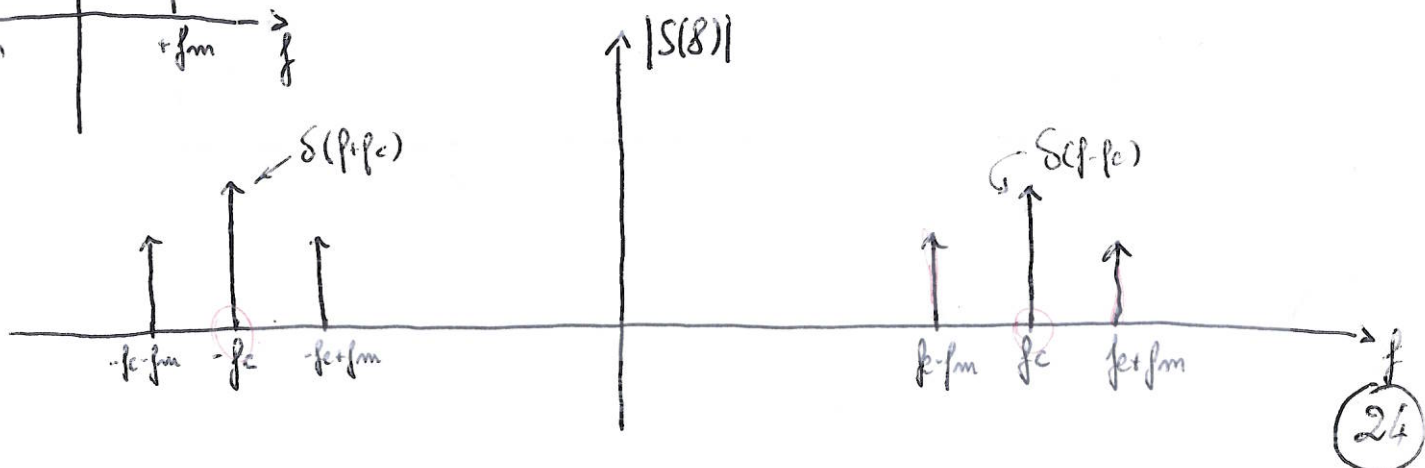
$$\boxed{s(t) = 707,107 \cdot [1 + 0.9 \sin 2\pi \cdot 1000 t] \cos 2\pi \cdot 850 \cdot 1000 t}$$

Senza modulazione la tensione di p-cco coincide con A_c , mentre con la modulazione si ha $s_{\max} m(t) = A_c [1 + 0.9] \approx 1343,5 \text{ V}$.

b) disegnare lo spettro di $s(t)$: dalle teorie si ha:



$$S(f)_{AM} = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \pi(f - f_c) + \delta(f + f_c) + \pi(f + f_c)]$$



CASA B
c) potenza media dissipata nel carico di prova:

$$P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} + \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \langle m^2(t) \rangle$$

Il termine $A_c^2 \langle m(t) \rangle$ si trascurava dato che $\langle m(t) \rangle = 0$ e $m(t)$ sinusoidale

per cui: $P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \left[1 + 0.9^2 \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{50000}{50} \cdot 1.405 =$

$= 7025 \text{ W}$

$\langle [A \sin \omega_c t]^2 \rangle = \frac{A^2}{2}$

CASA B
d) la potenza di picco: $P_{\text{PEP}} = \frac{A_c^2}{2R} \{1 + \max[m(t)]\}^2 = \frac{50000}{2 \cdot 50} \{1 + 0.9\}^2 = 18050 \text{ W}$

ESERCIZIO) < CASA 2010

Consideriamo un segnale $s(t)$ di tipo DSB-SC di ampiezza 40V, nel caso in cui la modulante abbia una forma di tipo sinusoidale con $\omega_0 = 7536 \text{ rad/sec}$ e $A = 1 \text{ V}$, $f_c = 4 \text{ MHz}$, calcolare:

a) lo spettro esatto di $s(t)$: per la modulazione DSB-SC si ha $s(t) = g(t) \cos \omega_c t$ e $g(t) = A_c m(t)$, con $S(f) = \frac{1}{2} A_c [M(f-f_c) + M(f+f_c)]$; dai dati in ingresso si ha $m(t) = A_0 \sin \omega_0 t = 1 \cdot \sin 7536 t \xrightarrow{\mathcal{F}} M(f) = \mathcal{F} \frac{A_0}{2} [\delta(f+f_0) - \delta(f-f_0)]$, per cui:

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c \cdot \mathcal{F} \cdot \frac{1}{2} A_0 [\delta(f-f_c+f_0) - \delta(f-f_c-f_0) + \delta(f+f_c+f_0) - \delta(f+f_c-f_0)]$$

con $A_c = 40$, $A_0 = 1$, $f_c = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$ ed $f_0 = 7536 / 2\pi = 1200 \text{ Hz} = 1.2 \times 10^3 \text{ Hz}$.

b) calcolare la PSD di $s(t)$; per qualunque tipo di modulazione si ha:

$$P_s(f) = \frac{1}{4} [P_g(f-f_c) + P_g(-f-f_c)]$$

quindi il problema si riconduce al calcolo di PSD per $g(t)$, che è per $g(t) = A_c m(t)$ nel caso di DSB-SC; dai dati in ingresso si ha: $m(t) =$

$= A_0 \sin \omega_0 t = \sin \omega_0 t$, per cui $g(t) = A_c \sin \omega_0 t$; dalle teorie sulla PSD si

saprebbe che la PSD di una forma sinusoidale non è altro che: $\frac{A_c^2}{4} [\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)]$ cioè $P_g(f)$, per cui:

$$P_s(f)_{osc-sc} = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_c^2}{4} \cdot [\delta(f-f_c-f_0) + \delta(f-f_c+f_0) + \delta(-f-f_c-f_0) + \delta(-f-f_c+f_0)]$$

Con $A_c = 40$, $f_c = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$ ed $f_0 = 1,2 \times 10^3 \text{ Hz}$

c) se il segnale è fatto passare su una resistenza di 75Ω , calcolare la potenza media dissipata sul carico: a differenza di AM, qui non vi ha dissipazione dovuta alle freq. portante, per cui $P_{s(t)} = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \cdot \langle m^2(t) \rangle$, cioè:

$$P_{s(t)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{40^2}{75} \cdot \frac{1}{2} = 5,33 \text{ W}, \text{ poiché } \langle m^2(t) \rangle \text{ per una sinusoidale è pari a } \frac{1}{2}$$

d) Il valore efficace della segnale $s(t)$: sappiamo che $P_{s(t)} = \frac{\langle s^2(t) \rangle}{R} = \frac{V_{rms}^2}{R}$

$$V_{rms} = \sqrt{R \cdot P_{s(t)}} = \sqrt{75 \cdot 5,33} = 20 \text{ V}$$

ESERCIZIO)

Un trasmettitore AM ha in ingresso $m(t) = 0,2 \sin \omega_1 t + 0,5 \cos \omega_2 t$, con $f_1 = 500 \text{ Hz}$ ed $f_2 = 500\sqrt{2} \text{ Hz}$, $A_c = 100$; calcolare la percentuale di modulazione.

Dalla teoria si sa che: $\% \text{ mod} = \frac{\max[m(t)] - \min[m(t)]}{2} \cdot 100$, per cui ci mancano i valori max e min di $m(t)$;

per i valori di f_1 ed f_2 dati, le due componenti oscilleranno in modo da avere entrambe contemporaneamente $\overset{\text{d.a.}}{\text{il}}$ valore massimo ed il valore minimo. Cioè $\max[m(t)] = 0,7$ e $\min[m(t)] = -0,7 \Rightarrow \% \text{ mod} = \frac{2 \cdot 0,7}{2} \cdot 100 = 70\%$