



Teoria dell'Informazione e Applicazioni – a.a. 2014-2015

Esercizi su **Teorema di Bayes** e inferenza + chiarimenti lezioni precedenti

10-11-2014
Ing. P. Fazio

Svolgimento esercizio codifica


- Sia data la parola di informazione $p = "1010100101"$ che viene trasmessa su un canale ideale dopo essere stata elaborata con un con codificatore $R(3,1)$.

Si può illustrare il risultato della codifica e si pone $\alpha=0$;

- **Valutare le performance della trasmissione (in termini di correttezza della parola ricevuta) per la parola codificata e non codificata.**

Si risponde considerando cosa accade nel caso in cui $\alpha=0$;

- **La stessa parola e lo stesso blocco codificatore vengono utilizzati per una trasmissione su un canale non ideale con percentuale di errore pari al 30% (si ipotizzano errori casuali e indipendenti). Effettuare, anche in questo caso, la stessa valutazione di performance, mostrando un esempio di parola di codice ricevuta all'ingresso del decodificatore, indicata con c e come essa viene decodificata.**



Considerando che $\alpha=0.3$ in questo caso avremo due casi separati relativi alla parola codificata e alla parola non codificata; si può illustrare con un esempio cosa accade nei due casi; per l'esempio di parola ricevuta si può considerare, come visto a lezione, un esempio di sequenza di rumore;

- **Qual è il numero di errori rilevabili e correggibili per il codificatore in questione?**

Applicare la formula binomiale (approssimata o non approssimata) in base alla regola $(n+1)/2$;

- **Mostrare la codifica di p con il codice $P(6,5)$, insieme al numero di errori rilevabili e correggibili. Dimostrare quanto appena scritto.**

Si raggruppano i bit da trasmettere a 5 a 5 e se ne valuta la parità; in base a quanto visto a lezione sulla distanza di Hamming e minima si ragiona sulla rivelabilità di un numero di errori pari/dispari e sulla impossibilità di correggere errori.



Precisazione su Hamming (7,4), valida in generale:

- Regola della scelta della posizione dei bit di controllo;
- Soluzione esercizio per casa lezione precedente;
- Risoluzione di Hamming “diversa” da quella vista a lezione.

Esercizi su codici a ripetizione/concatenati:

Codificare con un codice R5-R7 la stringa 111011. Sapendo che l'errore sul canale simmetrico binario è pari a 0.001:

- Calcolare la probabilità di errore di bit;
- Qual è il valore massimo di α per cui il codificatore risulta vantaggioso?

TEORIA DI BAYES (UTILI PER EFFETTUARE BILTA' DI EVENTI INCERTI)

Dati gli eventi: C_1, \dots, C_m incompatibili a due a due ($C_i \cap C_j = \emptyset \forall i \neq j$) e
collettivamente esaurienti ($\bigcup_{i=1}^m C_i = \Omega$), \forall evento E la probabilità di C_i
dato E , è data da:

$$P(C_i | E) = \frac{P(E | C_i) P(C_i)}{\sum_{j=1}^m P(E | C_j) P(C_j)}$$

ES. 2) LIBRERIA 3 SPONS 3 TIPI DI AGENDAS (NERO, BLU, ROSSO)
POTENZIALI IN SALDO PERCHÉ CON DIFETTO:

25%	40%	35%
1%	0.5%	1.5%

(15)

a) PROB. CHE UN'AGENDA SIA IN SALDO

$C_1 = \{ \text{agenda è nera} \}$ $C_2 = \{ \text{agenda è blu} \}$ $C_3 = \{ \text{agenda è rossa} \}$
 $E = \{ \text{agenda in saldo perché con difetto} \}$

$P(E) = ?$

$P(E | C_1) = 0,01$ $P(E | C_2) = 0,005$ $P(E | C_3) = 0,015$

$$P(E) = P(E|C_1)P(C_1) + P(E|C_2)P(C_2) + P(E|C_3)P(C_3) = 0,01 \cdot 0,25 + 0,005 \cdot 0,4 + 0,015 \cdot 0,35 = 0,00975$$

$$P(C_1|E) = \frac{P(E|C_1)P(C_1)}{P(E)} = \frac{0,01 \cdot 0,25}{0,00975} \approx 0,25$$

ES. 3)

GRUPPO DI ESCURSIONISTI ORGANIZZA GITA : 30% UOMI ALLENATI

NON ALLENATI HANNO PROBABILITÀ DI RAGGIUNGERE LA META PARIA AL 60%
 GLI ALLENATI " " " " " " " 95% } IPOTESI

a) Prob. che un escursionista scelto a caso ~~arriva~~ raggiunge la meta :

$$C_1 = \{ \text{escursionista}^{\text{non}} \text{ allenato} \} \Rightarrow P(C_1) = 0,3 \quad C_2 = \{ \text{escursionista allenato} \} \Rightarrow P(C_2) = 0,7$$

$$E_3 = \{ \text{meta raggiunta} \} \quad E_4 = \{ \text{meta non raggiunta} \}$$

$$P(E_3|C_2) = 0,95 \quad P(E_3|C_1) = 0,6$$

$$P(E_3) = P(E_3|C_1)P(C_1) + P(E_3|C_2)P(C_2) = 0,6 \cdot 0,3 + 0,95 \cdot 0,7 = 0,845$$

b) Prob. che un escursionista non raggiunge la meta:

b) Prob. che un escursionista non raggiunge la meta:

$$P(C_4) = 1 - P(C_3) = 0.155$$

c) Sapendo che un escursionista ha raggiunto la meta, qual è la prob. che sia allenato: $P(E_2|E_3) = P(C_3|C_2)P(C_2)/P(C_3) = \frac{0.95 \cdot 0.7}{0.845} \approx 0.78$

es. 4) MARCO DEVE POTER SCEGLIERE DI ANDARE A LAVORO CON AUTO, BUS, (16)
TRENINO. A CAUSA DEL TRAFFICO, LE PROB. DI ARRIVARE IN RITARDO SONO
40%, 20% E 1%, RISPETTIVAMENTE. CONSIDERANDO EQUITROPABILI LA SCELTA
DEL MEZZO, CALCOLARE:

a) PROB. CHE MARCO DEVE ARRIVARE IN RITARDO:

$C_1 = \{ \text{scelta auto} \}$

$C_2 = \{ \text{scelta bus} \}$

$C_3 = \{ \text{scelta treno} \}$

$C_4 = \{ \text{arrivo in ritardo} \}$

$C_5 = \{ \text{arrivo in orario} \}$

$$P(C_4|C_1) = 0.4 \quad P(C_4|C_2) = 0.2 \quad P(C_4|C_3) = 0.01$$

$$P(C_1) = 0.3 \quad P(C_2) = 0.3 \quad P(C_3) = 0.3$$

$$\begin{aligned} P(C_4) &= P(C_4|C_1)P(C_1) + P(C_4|C_2)P(C_2) + P(C_4|C_3)P(C_3) = \\ &= 0.4 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.3 + 0.01 \cdot 0.3 \approx 0.1332 + 0.066 + 0.003 \approx 0.2022 \end{aligned}$$

b) SUPP. CHE MARCO DEVE ARRIVARE IN RITARDO, QUAL È LA PROB. CHE ABBI
SCELTO L'AUTO:

$$P(C_1|C_4) = \frac{P(C_4|C_1)P(C_1)}{P(C_4)} = \frac{0.4 \cdot 0.3}{0.2022} = 0.66$$

c) SUPP. CHE MARCO DEVE ARRIVARE IN ORARIO, QUAL È LA PROB. CHE ABBI
SCELTO IL TRENINO:

$$P(C_3|C_5) = \frac{P(C_5|C_3)P(C_3)}{P(C_5)} = \frac{(1-0.01) \cdot 0.3}{1-0.2022} \approx 0.25$$