



# Teoria dell'Informazione e Applicazioni – a.a. 2014-2015

Esercizi su **Teorema di Bayes** e inferenza – parte 2

13-11-2014  
Ing. P. Fazio

# 1) PROPRIETÀ PROBABILITÀ

UN'AZIENDA PRODUCE UN PRODOTTO CHE PUÒ AVERE I DIFETTI A E B. LA PROB. CHE IL PRODOTTO ABBA ALMENO UNO DEI DIFETTI È 0.3. LA PROBABILITÀ CHE ABBA IL DIFETTO A MA NON IL DIFETTO B È 0.1. LA PROBABILITÀ CHE ABBA A E B È 0.2. CALCOLARE :

16  
10.5.4

A) LA PROBABILITÀ CHE <sup>IL PRODOTTO</sup> ABBA IL DIFETTO A) :

NB: non si possono fare  
assunzioni sul fatto che  
il prodotto sia difettoso o  
meno o su eventuali  
legami tra i due difetti!

CONSIDERIAMO GLI EVENTI  $A = \{ \text{PRODOTTO CON DIFETTO A} \}$   
 $B = \{ \text{" " " " B} \}$

DALLA TRACCIA ABBIAMO:  $P(A \cup B) = 0.3$   $P(A \cap \bar{B}) = 0.1$   
 $P(A \cap B) = 0.2$

POSSIAMO PORRE :

EVENTI  
INCOMPATIBILI

$$\Rightarrow P(B \cup \bar{B}) = P(B) + P(\bar{B})$$

$$P(A) = P[A \cap (B \cup \bar{B})] = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = 0.2 + 0.1 = \underline{0.3}$$

B) LA PROBABILITÀ CHE IL PRODOTTO ABBA IL DIFETTO B)

B) LA PROBABILITÀ CHE IL PRODOTTO ABBAIA IL DIFETTO B)

$$\cancel{P(B)} = \cancel{P[B \cap (A \cup \bar{A})]} = \cancel{P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})} = 0.2 + \cancel{P(B \cap \bar{A})}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P[\bar{B} \cap (A \cup \bar{A})] = 1 - P(\bar{B} \cap A) - P(\bar{B} \cap \bar{A}) = 1 - 0.1 - 0.8 = 0.2$$

PER CASA)

C) LA PROB. CHE IL PRODOTTO ABBAIA IL DIFETTO A DATO CHE SI È RICONTRATO CHE NON ABBAIA IL DIFETTO B):

TRAMITE IL CONCETTO DI PROBABILITÀ CONDIZIONATA:

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.1}{0.8} = 0.125$$

BAYES)

2) UN CANDIDATO DEVE SOSTENERE UN <sup>CONCORSO</sup> ~~CONCORSO~~: SE ARRIVA <sup>16</sup> <sup>bis?</sup> <sup>SE LA SERA</sup> <sup>PR</sup> <sup>BALLA</sup> <sup>PR</sup> <sup>LA</sup> <sup>PROB.</sup> <sup>LA</sup> <sup>PROB.</sup> PREPARATO LA PROB. DI SUPERARLO E' 0.99 / ALTRIMENTI, LA PROB. DI PROMOZIONE SI RIDUCE AL 50%. IL CANDIDATO DECIDE DI <sup>BALLARE</sup> ~~STUDIARE~~ SE ESCE TESTA LANCIANDO UNA MONETA EQUA. DATO CHE L'ESAME SIA SUPERATO, QUAL E' LA PROB. CHE SIA ANDATO A BALLARE?

CONSIDERIAMO L'EVENTO A) IL CANDIDATO SUPERA L'ESAME,  
B) IL CANDIDATO VA A BALLARE

I DATI FORNITI DALLA TRACCIA SONO:

$$P(B) = 0.5 = P(\bar{B}) \quad P(A|B) = 0.5 \quad P(A|\bar{B}) = 0.99$$

Dobbiamo calcolare

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})} = \frac{0.5 \cdot 0.5}{0.5 \cdot 0.5 + 0.99 \cdot 0.5} \approx 0.33$$

3) IN UN PAESE RISULTA CHE IL 30% DEI VOTANTI SONO ~~DE~~ DI DESTRA, IL 50% DI SINISTRA E IL 20% <sup>DI CENTRO</sup> ~~DE~~. 85 IN UNA DATA ELEZIONE HANNO VOTATO IL 65% DEI VOTANTI DI DESTRA, L'82% DEI VOTANTI DI SINISTRA E IL 60% DEI VOTANTI DI CENTRO, SCELTO A CASO UN CITTADINO CHE NON HA VOTATO, QUAL È LA PROBABILITÀ CHE SIA DI SINISTRA?

DEFINIAMO GLI EVENTI:

$D = \{ \overset{\text{PERSONA SCELTA}}{\text{VOTATO}} \text{ DI DESTRA} \}$

$S = \{ \text{PERSONA " " SINISTRA} \}$

$C = \{ \text{PERSONA SCELTA DI CENTRO} \}$

$E = \{ \text{PERSONA SCELTA HA VOTATO} \}$

SE DUE CALCOLO:

16.  
103

$$P(S|\bar{E}) = \frac{P(\bar{E}|S) P(S)}{P(\bar{E}|D) P(D) + P(\bar{E}|C) P(C) + P(\bar{E}|S) P(S)}$$

$$= \frac{0.18 \cdot 0.5}{0.35 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.18} \approx \underline{\underline{0.3}}$$

- 4) UNA COMPAGNIA ASSICURATIVA RITIENE CHE, IN BASE ALLI PROPRIE STATISTICHE, UNA PERSONA A RISCHIO AVRA' UN INCIDENTO ENTRO L'ANNO CON PROB. 0.4 MENTRE UNA PERSONA NON A RISCHIO LO AVRA' CON PROB. 0.2. SUPPONENDO CHE IL 30% DEGLI ASSICURATI SIA A RISCHIO,
- A) QUAL È LA PROB. CHE UN NUOVO ASSICURATO ABBIÀ UN INC. ENTRO IL PRIMO ANNO?
- B) SUPPONENDO CHE UN NUOVO ASSICURATO ABBIÀ UN INCIDENTE ENTRO UN ANNO DALLA STIPULA, QUAL È LA PROB. CHE SIA A RISCHIO?



SL. A) DEFINIAMO  $R = \{ \text{ASSICURATO A RISCHIO} \}$   $I = \{ \text{ASSICURATO HA UN INCIDENTE ENTRO L'ANNO} \}$

$$\begin{aligned} P(I) &= P[I \cap (R \cup \bar{R})] = P[(I \cap R) \cup (I \cap \bar{R})] = \\ &= P(I \cap R) + P(I \cap \bar{R}) = P(I|R)P(R) + P(I|\bar{R})P(\bar{R}) \\ &= 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.7 = 0.26 \end{aligned}$$

SL. B)

$$P(R|I) = \frac{P(I|R)P(R)}{P(I)} = \frac{0.3 \cdot 0.4}{0.26} = \underline{\underline{0.46}}$$

### 5) RAGIONAMENTO BS. POLEASA:

UN DADO È SCELTO A CASO TRA DUE DADI CON 20 FACCE CIASCUN  
LE FACCE ASSUMONO VALORI DA 1 A 10 CON PROBABILITÀ NON  
UNIFORMI:

SIMBOLO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DADO A	6	4	3	2	1	1	1	1	1	0
DADO B	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1

IL DADO SCELTO È LANCIATO 7 VOLTE E I RISULTATI SONO:

$$X = 5, 3, 9, 3, 8, 4, 7$$

$$D = \{ \text{SERIE OTTENUTA } X \}$$

$$A = \{ \text{SCELTA DADO A} \}$$

$$B = \{ \text{SCELTA DADO B} \}$$

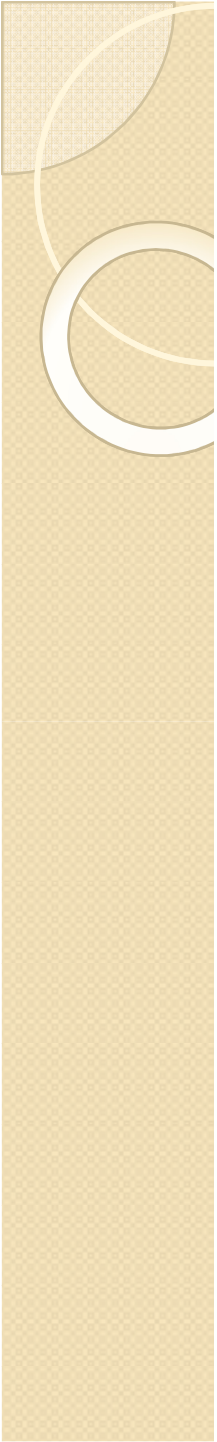
$$P(D|A) = \frac{1}{20} \cdot \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{2}{20} \cdot \frac{1}{20} = \frac{18}{20^7}$$

$$P(D|B) = \frac{64}{20^7}$$



$$\begin{aligned}
 P(A|D) &= \frac{P(D|A) \cdot P(A)}{P(D|A) \cdot P(A) + P(D|B) \cdot P(B)} = \frac{P(D|A)}{P(D|A) + P(D|B)} \\
 &= \frac{\frac{18}{20^7}}{\frac{18}{20^7} + \frac{64}{20^7}} = \frac{18}{82} = \frac{9}{41}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(B|D) &= \frac{P(D|B) \cdot P(B)}{P(D|A) \cdot P(A) + P(D|B) \cdot P(B)} = \frac{P(D|B)}{P(D|A) + P(D|B)} \\
 &= \frac{\frac{64}{20^7}}{\frac{18}{20^7} + \frac{64}{20^7}} = \frac{64}{82} = \frac{32}{41}
 \end{aligned}$$



## Concetti chiave relativi all'analisi di mobilità degli utenti (introduzione all'utilizzo delle reti neurali):

- Problematiche di continuità del servizio in reti mobili cellulari;
- Gestione dell'hand-over;
- Previsione di mobilità;
- Strumenti di analisi stocastica e concetti di intelligenza artificiale;
- Struttura generale di rete neurale.