

FONDAMENTI DI TELECOMUNICAZIONI
A.A. 2010/2011
ESERCITAZIONE DEL 31 MAGGIO 2011

MODULAZIONE

Si tratta di modulare una portante sinusoidale mediante un segnale (analogico o digitale) in banda base; la notazione fondamentale è:

$$s(t) = \operatorname{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \},$$

$$g(t) = x(t) + jy(t) = R(t)e^{j\phi(t)}$$

in cui $\omega_c = 2\pi f_c$, con f_c frequenza portante e $g(t)$ inviluppo complesso.

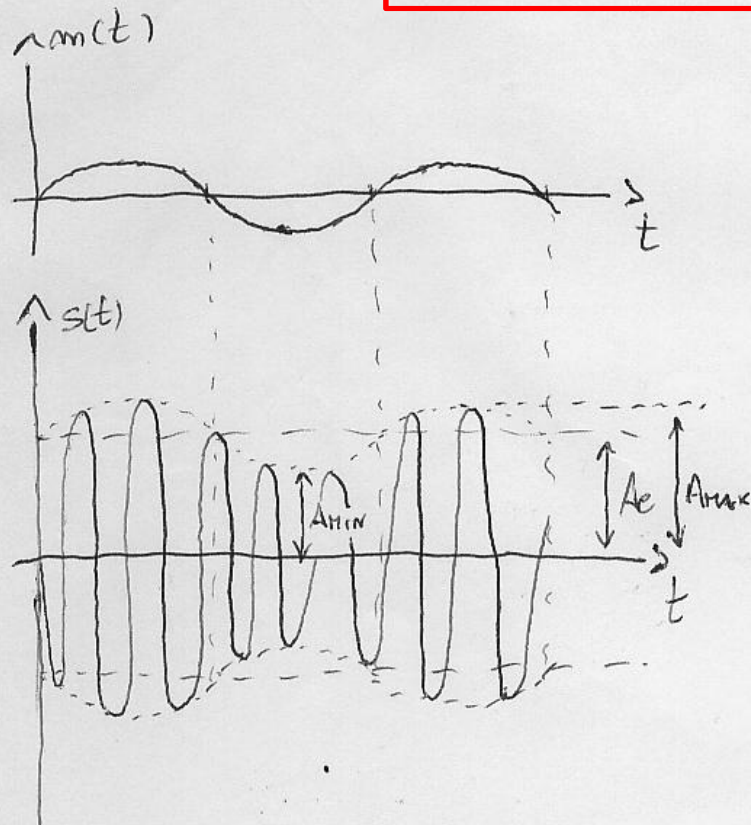
Il tipo di segnale modulato desiderato $s(t)$ è ottenuto in base alla particolare funzione $g[m(t)]$, con $m(t)$ segnale modulante in banda base.

Lo spettro d'ampiezza del segnale modulato è:

$$S(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)],$$

$$G(f) = \mathcal{F}[g(t)]$$

MODULAZIONE D'AMPIEZZA



$$g(t) = A_c [1 + m(t)]$$

$$s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t,$$

in cui A_c determina il livello di potenza.

Se $m(t)$ ha picchi ± 1 il segnale m è modulato al 100%, altrimenti:

La potenza media normalizzata del segnale AM è:

$$\langle s^2(t) \rangle = \underbrace{\frac{1}{2} A_c^2}_{\text{POTENZA DELLA PORTANTE}} + A_c^2 \langle m(t) \rangle + \underbrace{\frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle}_{\text{POTENZA DELLE BANDE LATERALI}}$$

L'efficienza di modulazione è:

$$E = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{1 + \langle m^2(t) \rangle} \times 100$$

La potenza di picco è:

$$P_{\text{PEP}} = \frac{A_c^2}{2} \left\{ 1 + \max[m(t)] \right\}^2$$

Lo spettro del segnale AM è:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [S(f-f_c) + M(f-f_c) + S(f+f_c) + M(f+f_c)],$$

che si vede essere una versione traslata dello spettro del segnale modulante, cui si somma una funzione δ relativa alla componente spettrale della portante, quindi la banda del segnale modulato è doppia rispetto a quella del segnale modulante in b.b.

MODULAZIONE DSB-SC

Si parla di segnale a doppie bande laterali, con portante soppressa, quando al segnale AM viene tolta la portante, cioè:

$$s(t) = A_c \underbrace{m(t)}_{g(t)} \cos \omega_c t,$$

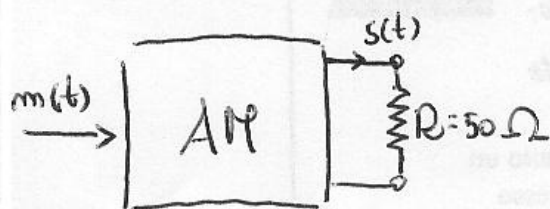
con:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$

Per i segnali DSB-SC si ha $\langle m(t) \rangle = 0$ e lo spettro è identico a quello dell'AM, eccetto le componenti $\delta \omega \pm f_c$

ESEMPI 210)

Un trasmettitore AM è collegato con un segnale sinusoidale e un carico di 50Ω ; la portante è della ^{frequenza} ~~portante~~ di 850 kHz e la potenza di trasmissione è 5000 W ; il segnale sinusoidale è della frequenza di 1000 Hz e utilizza una modulazione del 90% .



a) calcolare e scrivere l'espressione della tensione ai capi del carico:

per la modulazione AM si ha: $s(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$; poiché:

$f_c = 850\text{ kHz} \Rightarrow \omega_c = 2\pi \cdot 850 \cdot 1000\text{ rad/s}$; il valore di A_c si può calcolare considerando l'espressione della potenza (non normalizzata poiché il carico è diverso da 1Ω) in assenza di modulazione, cioè quella dissipata sul carico per la sola portante, cioè $P_p = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R}$, quindi: $5000 = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{50} \Rightarrow \boxed{A_c = 707,107\text{ V}}$

Poiché conosciamo la forma di $m(t)$, ovvero $m(t) = A \sin 2\pi \cdot f_m t$ con

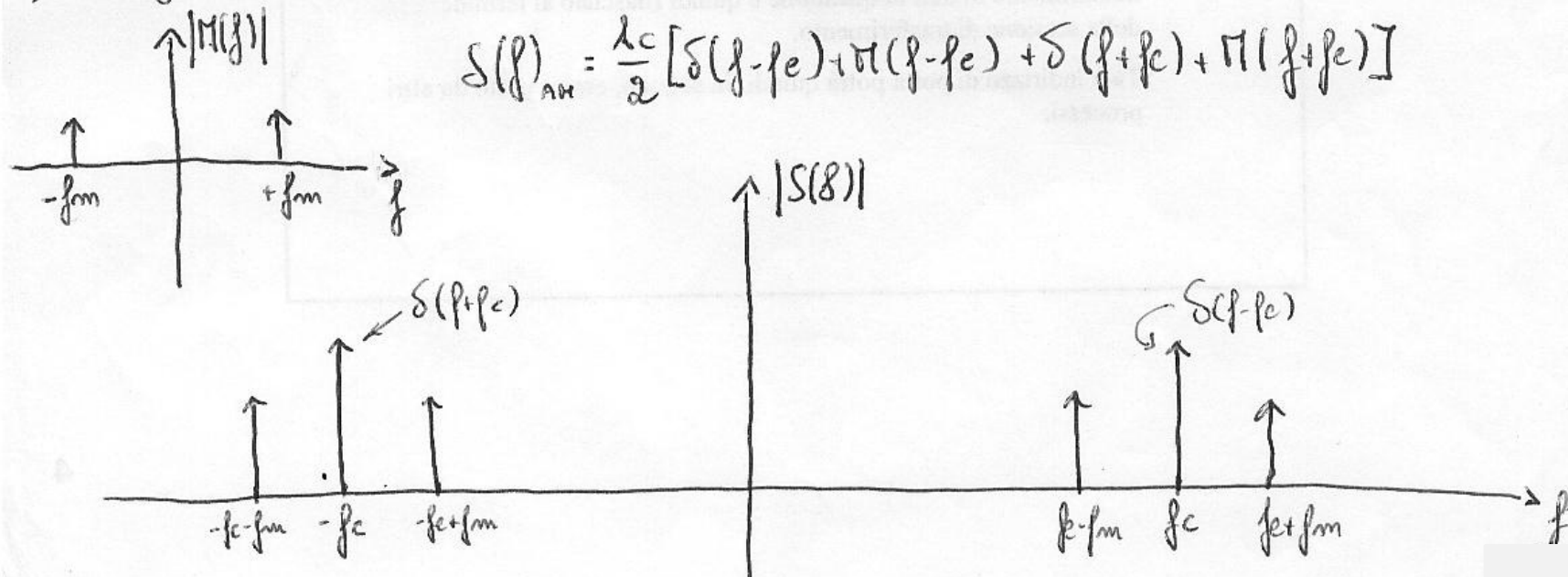
$f_m = 1000\text{ Hz}$ e $A = 0.9$ (dato che la modulazione è del 90%), avremo:

$$s(t) = 707,107 \cdot [1 + 0,9 \sin 2\pi \cdot 1000 t] \cos 2\pi 850 \cdot 1000 t$$

Senza modulazione la tensione di picco coincide con A_c , mentre con la modulazione si ha $s_{\max m}(t) = A_c [1 + 0,9] \approx 1343,5 \text{ V}$.

b) disegnare lo spettro di $s(t)$: dalle teorie si ha:

$$S(f)_{\text{AM}} = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \pi(f - f_c) + \delta(f + f_c) + \pi(f + f_c)]$$



c) potenza media dissipata nel carico di prova:

$$P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} + \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \cdot \langle m^2(t) \rangle$$

per cui: $P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R} \left[1 + 0.9^2 \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{500000}{50} \cdot 1.405 =$

$$= 7025 \text{ W}$$

d) la potenza di picco: $P_{PEP} = \frac{A_c^2}{2R} \cdot \{1 + \max[m(t)]\}^2 = \frac{500000}{2 \cdot 50} \{1 + 0.9\}^2 = 18050 \text{ W}$

ESERCIZIO)

Consideriamo un segnale $s(t)$ di tipo DSB-SC di ampiezza 40V; nel caso in cui la modulante abbia una forma di tipo sinusoidale con $\omega_0 = 7536 \text{ rad/sec}$ e $A_0 = 1\text{V}$, $f_c = 4\text{MHz}$, calcolare:

a) lo spettro esatto di $s(t)$: per la modulazione DSB-SC si ha $s(t) = g(t) \cos \omega_c t$ e $g(t) = A_c m(t)$, con $S(f) = \frac{1}{2} A_c [\Pi(f - f_c) + \Pi(f + f_c)]$; dai dati in ingrosso si ha:

$$m(t) = A_0 \sin \omega_0 t = 1 \cdot \sin 7536 t \xrightarrow{\mathcal{F}} \Pi(f) = \mathcal{F} \frac{A_0}{2} [\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0)], \text{ per cui:}$$

$$S(f) = \frac{1}{2} A_e \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} A_o \left[\delta(f - f_c + f_o) - \delta(f - f_c - f_o) + \delta(f + f_c + f_o) - \delta(f + f_c - f_o) \right]$$

Donc $A_e = 40$, $A_o = 1$, $f_c = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$ et $f_o = 7536 / 2\pi = 1200 \text{ Hz} = 1,2 \times 10^3 \text{ Hz}$.