

SISTEMI TELEMATICI

a.a. 2015/2016

Esercitazione del 12 Novembre 2015

MODULAZIONE DI FASE E DI FREQUENZA

Entrambe sono casi particolari della modulazione d'angolo, per cui:

$$g(t) = A_c e^{j\theta(t)} \quad \text{ed} \quad s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

per la modulazione di fase $\theta(t) = D_f m(t)$, in cui D_f rappresenta la sensibilità di fase del modulatore [rad/V]; per la FM si ha: $\theta(t) = D_f \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma$ con D_f detta derivazione di frequenza [rad/sV].

Confrontando le due espressioni si capisce che un segnale modulato in fase lo è anche in frequenza, da una funzione modulante diversa, viceversa:

$$\boxed{m_f(t) = \frac{D_f}{D_p} \left[\frac{d m_p(t)}{dt} \right]} \quad \text{e} \quad \boxed{m_p(t) = \frac{D_p}{D_f} \int_{-\infty}^t m_f(\sigma) d\sigma}$$

Dato un segnale passa-banda $s(t) = R(t) \cos \psi(t)$, si definisce frequenza istantanea

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\psi(t)}{dt} \right] = f_c + \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \quad \text{se} \quad \psi(t) = \omega_c t + \theta(t).$$

Per un segnale FM la freq. istantanea è: $f_i(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} D_f m(t)$ da cui si nota come la freq. portante sia "modulata" da $m(t)$.

Il cui è $\Delta F = \max(f_d(t))$; si definisce anche la deviazione picco-picco:

$$\Delta F_{pp} = \max(f_d(t)) - \min(f_d(t))$$

Per la FM si ha $\Delta F = \frac{1}{2\pi} D_f V_p$, con $V_p = \max[m(t)]$.

All'aumentare dell'ampiezza del segnale modulante V_p , aumenta ΔF : questo provoca l'aumento della banda del segnale FM, senza intaccare la potenza media, che rimane $A_c^2/2$: le componenti spettrali decrescono in ampiezza e ne appaiono altre + lontane. Nella AM, invece, l'ampiezza di $m(t)$ influisce sulla potenza del segnale modulato, senza alterarne la banda.

Si definisce anche la deviazione di fase di picco: $\Delta\theta = \max_t [\theta(t)]$, che per la PM è data da $\Delta\theta = D_p V_p$, con $V_p = \max_t [m(t)]$.

L'indice di modulazione di fase è: $\beta_p = \Delta\theta$ e delle modulazioni di frequenza è: $\beta_f = \Delta F / B$, in cui ΔF è la deviazione di freq. di picco e B è la banda del segnale modulante (se $m(t)$ è sinusoidale corrisponde alla freq. della sinusoidale).

Se per la PM che per la PM (quindi i segnali modulati in angolo) si ha:

$$S(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)]$$

con $G(f) = \mathcal{F}[g(t)] = \mathcal{F}[A_c e^{j\theta(t)}]$.

Se rimodulo in angolo un segnale con $m(t)$ sinusoidale si ottiene:

$$G(f) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \delta(f - n f_m),$$

in cui $J_n(\beta)$ è la funzione di Bessel del primo ordine (calcolabile per memorie) ed f_m è la frequenza della sinusoidale modulante. Inoltre:

a) $\beta = D_p A_m$ con $m_p(t) = A_m \sin \omega_m t$ se PM

b) $\beta = D_f A_m / \omega_m$ se FM

Si può dimostrare che il 98% della potenza totale è contenuta nelle bande:

$$B_r \cong 2(\beta + 1)B$$

regola di CARSON

B modulante

NO! $\rightarrow$

MODULAZIONE A BANDA STRETTA (ANGOLARE)

Se $|\theta(t)| < 0.2$ si può sviluppare l'involuppo complesso in serie di Taylor; dato che $e^x \cong 1 + x$ se $|x| \ll 1$ si ha: $g(t) \cong A_c [1 + j\theta(t)]$, da cui:

$$s(t) = \underbrace{A_c \cos \omega_c t}_{\text{PORTANTE}} - \underbrace{A_c \theta(t) \sin \omega_c t}_{\text{BANDE LATERALI}}$$

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \{ [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + j[\theta(f - f_c) - \theta(f + f_c)] \} \quad \text{in cui: } \textcircled{29}$$

c) calcolare il valore efficace del segnale SSB :

$$\boxed{\text{tip: } \omega_c : \omega_s}$$

$$S_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} 25 \cos^2(\omega_s + \omega_c)t} = \sqrt{\frac{25}{2}} V \approx 3,53 V$$

$$\text{perché } \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

ESEMPI 2b)

Un segnale modulato è descritto da :

$$s(t) = 10 \cos[(2\pi \times 10^8)t + 10 \cos(2\pi \times 10^3 t)]$$

a) calcolare la massima deviazione di fase : il segnale è della forma :

$$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)] \text{ con } \theta(t) = 10 \cos \omega_s t$$

in cui $A_c = 10$, $f_c = 10^8 \text{ Hz}$ ed $f_s = 10^3 \text{ Hz}$. Se il segnale è modulato in fase si ha $\theta(t) = D_p m(t)$ e $\Delta\theta = \max[\theta(t)]$, cioè $\Delta\theta = 10$; equivalentemente $\Delta\theta = D_p V_p$ con $V_p = \max[m(t)]$: (ottenendo $D_p = 10$ e $\max[m(t)] = 1$ si ha $\boxed{\Delta\theta = 10 \text{ rad}}$).

b) calcolare la massima deviazione di frequenza : $\Delta F = \max \left\{ \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \right\}$;

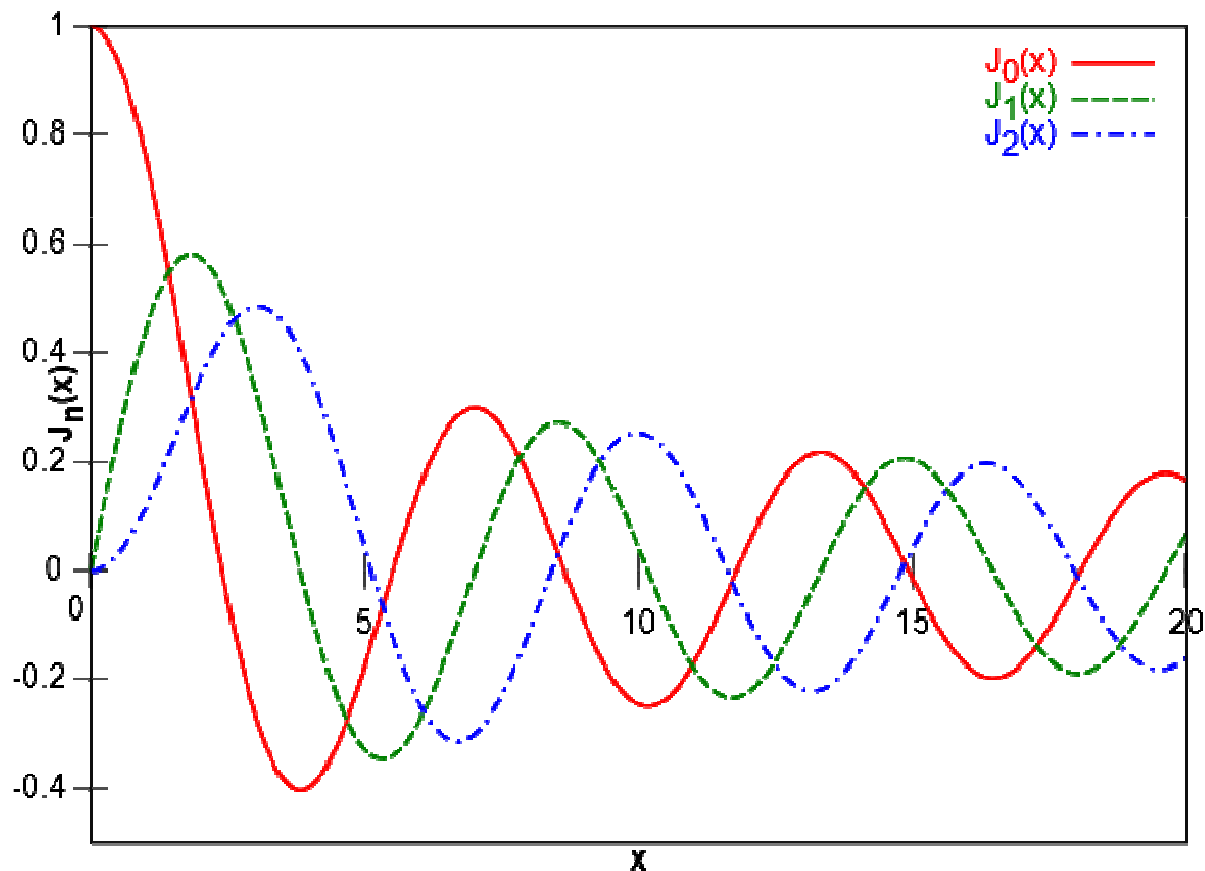
b) calcolare la massima deviazione di frequenza: $\Delta F = \max \left\{ \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \right\}$;

poiché $\theta(t) = 10 \cos \omega t \Rightarrow d\theta(t)/dt = -10\omega \sin \omega t$, il cui massimo è 10ω , per

cui $\Delta F = \frac{10 \cdot 2\pi f_c}{2\pi} = 10 f_c \text{ Hz} = 10 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 10 \text{ kHz}$

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^t m(\sigma) d\sigma$$

Bessel functions



Through Wall Tomography

