

## Teoria dell'Informazione e Applicazioni – a.a. 2015-2016

Esercizi su Teorema di Bayes e inferenza

THOMUTA BY BAYES (UTILS PIA EFFETTUARS PROVISIONIS CALCOLARS PROBA = (14)

Deti glievent: C1,..., (m incomptitioli a due a due (CinG=\$ DitJ) e collettironente essentiri (M) Ci=\D), Hevento E la mobabilità do vi

 $P(e \cdot (E) = \frac{P(E(e \cdot) P(e \cdot))}{\tilde{Z}P(E(G))P(G)}$ 

BS. 2) LIBRIMA BSPONS BTIPI DE LAGENDS (NORS, BLU, ROSSÉ)
25% 40% 35%
PENERNTUALIN SLED POICHS CONDIRSTO: 1% 0.5% 1.5%

a) PROB. CHS UN'AGSNOA SIA IN SALGO

C1 = { l'égarde e' mère { C2 = { l'égarde e blu} C3 - { l'égarde e rosse }}

E : { gende in solds pirte con d'fetts }

 $P(E) = \frac{1}{2}$   $P(E) = \frac{1}{2}$  $P(E|C_1) = 0.005$   $P(E|C_3) = 0.015$ 

$$P(E) = P(E|C_1)P(C_1) + P(E|C_2)P(C_2) + P(E|C_3)P(C_3) = 0.01 \cdot 0.25 + 0.005.$$
  
 $0.4 + 0.015 \cdot 0.35 = 0.00975$ 

ES. 3)

GRUPPO DE SSCUPSIONISTI DEGANIZZA GITA: 30% EVOM ALLENATIONIO

INON AUGNATI HANNO PROBABILITA DI RAGGIUNGO RE) LA HETA PARLAL 60% JIPOTSSI
GUI ALLONATI U " " 95% JIPOTSSI

a) Prob cle un escerzioniste reelto a cos menos rogginge la meta:

C1 = { exercioniste vollemento }= P(C1)=0.3 C2 = { exercioniste allemento { => P(C2)=0.

B3 = { mete reggiute } B4 = { mete non reggiute }

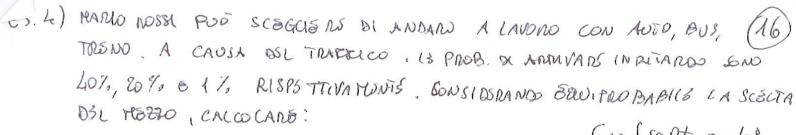
P(C3/C2) = 0.95 P(C3/C1) = 0.6

P(e3)=P(C3(e1)P(e1)+P(C3(C2)P(e2)=0.6.0.3+0.95.0.7=0.845

6) Prob. cle un escurionistre mon rogenze la mete:

6) Prob. cle un exercionite non roguez la mete:

e) Sejando de un exemioniste he rogenito la meto qual è la prob. de via allerato: P(EzIEz) = P(C3|Cz)P(Cz)/P(C3) = mano,95.0.7/0.845=0,78



$$P(C_4|C_1)=0.4$$
  $P(C_4|C_2)=0.2$   $P(C_4|C_3)=0.0$   $C_3=$  {scalta trano}  
 $P(C_1)=0.3$   $P(C_2)=0.3$   $P(C_3)=0.3$   $C_4=$  {eviro in retords

$$P(C_{4}|C_{1}) = P(C_{4}|C_{1}) P(C_{1}) + P(C_{4}|C_{2}) P(C_{2}) + P_{4}(C_{4}|C_{3}) P(C_{3}) = 0.4 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.3 + 0.01 \cdot 0.3 = 0.4332 + 0.066 + 0.00 = 0.2022$$

5) SUPP. CHS AND HAMONOSSI SIA LAUMINATO IN MITAMPS, QUAL & CA PROPSI CH'S BABIA

$$P(e_1|e_2) = \frac{P(e_1|e_1)P(e_1)}{P(e_1)} = \frac{0.4 \cdot 0.\overline{3}}{0.2022} = 0.66$$

(E) SUPP. CHE HAMORDSSI SIA AMPINATO INO NAMO, QUAL & CA PROB CHI ABBIA SCECTO

$$P(e_3|c_5) = P(c_5|c_3)P(c_3) = \frac{(1-0.01) \cdot 0.33}{1-0.2022} \approx 0.25$$

1) TROPHEIA PROBABILITA



UN'AZIENDA PRODUCE UN PRODUTTO CHE PUD' AUBRE I DIRETTI A EB LA PROB. CHE IL PRODUTTO ABBIA ALMENO UNO DEI DIFETTI È O.3. LA PROGRABILITÀ CHE ABBIA IL DIFETTO A MANON IL DIFETTO B É D.1. LA

PROBABILITÀ CHE ABBIA A E B È O.Z. CALCOLARS: NB: non si possono fare A) LA PROBABICITÀ CHEVABBIA IL DIFETTO A).

assunzioni sul fatto che il prodotto sia difettoso o meno o su eventuali legami tra i due difetti!

CONSIDENATIO GLI SUSNII A = { PRODOTTO CON DIFETTO A?

DALLA TRACCIA ABBIATLO: P(AOB) = 0.3 P(A n B) = 0.1 P(ANB) = 0.2

POSSIAMO PONNE: / EVENTY =DP(BUB)=P(B)+P(B) P(A)=P[An (BUB)] = P(AnB)+P(AnB)=0.2+0.1=0.3

B) LA PROBABILITÀ CHE IL PROPOTTO ABBIA IL DIFETTO B)

B) LA PROBABILITÀ CHE IL PROPOTTO ABBIA IL DIFETTO B)

P(B)=1-P(B)=P[Bn(AUA)]=1-P(BnA)-P(BnA)-1-0.1-0.1-0.1= =1-0.1-0.1=

Per (ash)

C) (A PROB. CHÉ IL PRODUTTO ABBIA IL DIFETTO A DATO CHÉ SI E'
RUSCONTRATO CHÉ NON ABBIA IL DIFETTO B):

TRAMITE IL CONCETTO DI PROBABILITÀ CONDIMONATA:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.8} = 0.125$$

BAYESL

20.2

2) UN CANDIDATO DEVE SOUTE AS ON CONCORSO

PRIPARATO LA PROB. DI SIPERARIO È 0.99 | AUTRIMENTI, ILA PROB.

DI PRO MODIONE SE RIQUEE AL 50%. IL CANDIDATO DECIDERA

BALLARE

DI 8TI DIMTE SE ESCE TESTA LANCIANDO UMA MONSTA EQUA

DATO CHE L'ESAME SIA SUPERATO, QUAL È LA PROB. CHE SIA ANDITO

A BALLARE?

CONSIDEMANO L'EUTATO A) IL CANDIDATO SUPERA C'ESART

B) IL CANDIDATO VA A BALLANS

IDATI PONNITI DALLA TRACCIA SONO:

P(B)=0.5=P(B) P(A/B)=0.5 P(A/B)=0.99

DOBBLATTO CALCOLARS

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B)+P(A|B)P(B)} = \frac{0.5.0.5}{0.5.0.5+0.99.0.5} = 0.33$$

3) IN JU PRESS MISULTA CHS IL 30% BI USTANTI SONO DE DI DESTRA,

IL 50% DI SINISTRA È IL 20% DECENTRASSETA . 85 IN UNI

DATA ELETIONE HANDO VOTATO IL 650% BII USTANTI DI DISTRA,

L'82% DI USTANTI AS SINISTRA & 1160% DEI USTANTI DI DISTRA,

SCECTO A CASO UN CITTADINO CHE AON HA USTATO, QUAL È LA

PROBABILITÀ CHE SIA DI SINISTRA?

DIFINIA TO GLI BUSNIC :

Se DOUS CALCOCARS:



$$P(s|\bar{\epsilon}) = \frac{P(\bar{\epsilon}|s) P(s)}{P(\bar{\epsilon}|b) P(b) + P(\bar{\epsilon}|e) P(e) + P(\bar{\epsilon}|s) P(s)}$$

$$= \frac{0.18 \cdot 0.5}{0.35 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.18} = 0.3$$

- 4) UNA COMPAGNIA ASSICUMATIVA PUTIENS CHO, IN BASS ALLE PROPRIÉ

  FERTI STI CHE, UNA PORDUNA A RISCHIO AVRÀ UP INCIDENTE SINTRO L'ANNO
  CON PROB. D. 4 PESATRI UNA PERSONA NON A MISCHIO LO AURA CON PROF

  D. Z. SUPPONTURP CHE IL 30% DEGLI ASSICUMENT SIA A MISCHIO

  A) QUAL È LA PROB. CHE UN MOOUD ASSICUMENT ABBIA IN INC. EMTRO

  IL PROD ANNO?
- B) SUPPONEMBO CHS UN NUOLO ASSICUATO ABBIA UN CINCIDINTS ENTRO
  UN ANNO DALLA STIPULA, QUAL 8 LA PROB. CHS SIA AMSCHIO?

Sol. A) DEFINIAND R= { ASSICURATO & MSEHIO} I= { ASSICURATO HA
UN INCIDENTS ENTRO L'ANNO?

$$P(I) = P[I \land (RUR)] = P[(I \land R) \cup (I \land R)] =$$

$$= P(I \land R) + P(I \land R) = P(I \mid R) P(R) + P(I \mid R) P(R)$$

$$= 0.3 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 9.7 = 0.26$$

\$ (B)

$$P(R|I) = \frac{P(I|R)P(R)}{P(I)} = \frac{0.3.0.4}{0.16} = 0.46$$

## 5) RAGIONATUMO 35. POREASA:

UN DADO À SCELTO A CASO TRA BUE DADI CON 20 FACCS CIASCUN LE FACCS ASSUMONO VALOM DA 1 A 10 CON PROBABILITÀ NON UNIFORMS:

11 BABO SOLTO È CANCIATO E VOLTS & 1 MINUTATI SMO: X=5,3,9,3,8,4,7

$$D = \begin{cases} 852 \ 0878 \text{MOTA} \times \end{cases}$$

$$A = \begin{cases} 800274 \ 800 \ 3 \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} 800274 \ 800 \ 8 \end{cases}$$

$$P(A) = \begin{cases} 1.3.1.3.1.3.1.2.1.8$$

$$P(D|B) = \frac{1}{20} \cdot \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{2}{20} \cdot \frac{1}{20} = \frac{18}{20^{7}}$$

$$P(D|B) = \frac{64}{20^{7}}$$

$$P(\mathbf{A}|\mathbf{D}) = \frac{P(\mathbf{D}|\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{A})}{P(\mathbf{D}|\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{A}) + P(\mathbf{D}|\mathbf{B})} = \frac{P(\mathbf{D}|\mathbf{A})}{P(\mathbf{D}|\mathbf{A}) + P(\mathbf{D}|\mathbf{B})}$$

$$= \frac{18/27}{18/27 + \frac{64}{207}} = \frac{18}{82} = \frac{9}{41}$$

$$P(0|B) = \frac{P(0|B) P(B)}{P(0|B) P(B) P(B)} = \frac{P(0|B)}{P(0|B) + P(0|B)}$$

$$= \frac{64|20^{2}}{18/2^{2} + 64/20^{2}} = \frac{64}{82} = \frac{32}{14}$$